

THESES

présentées

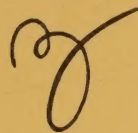
à la Faculté des Sciences de l'Université de Nantes

pour obtenir

le GRADE de DOCTEUR -INGENIEUR

par

Pierre VAUSSY



1^{ère} THESE : Contribution à l'étude théorique et expérimentale des voiles

2^{ème} THESE : *Propositions données par la Faculté*

Soutenues le 29 SEP. 1967 devant la Commission d'Examen

M. RAVILLY

Président

M. PIRONNEAU

M. LE BOT

M. SULMONT

M. GUEVEL

} Examinateurs

THESES

présentées

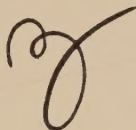
à la Faculté des Sciences de l'Université de Nantes

pour obtenir

le GRADE de DOCTEUR - INGENIEUR

par

Pierre VAUSSY



1^{ère} THESE : Contribution à l'étude théorique et expérimentale des voiles

2^{ème} THESE : *Propositions données par la Faculté*

Soutenues le 29 SEP. 1967 devant la Commission d'Examen

M. RAVILLY

Président

M. PIRONNEAU

M. LE BOT

M. SULMONT

M. GUEVEL

} Examinateurs

FACULTE DES SCIENCES

	Doyen	M. BRILLOUET	
	Assesseur	M. GARRIGUES	
Professeurs		MM. BRILLOUET	Sciences Mathématiques
		MOLINARO	
		PAUC	
		PETRESCU	
		PIRONNEAU	
		RAFFIN	
		RAVILLY	
		VIVIER	
		AVIGNON	Sciences physiques
		BOULLLOUD	
		COLLET	
		MEZENECV	
		MINN	
		MOUTON	
		DUNOYER	Sciences chimiques
		GOBIN	
		GRAFF	
		QUINIOU	
		WOJTKOWIAK	
		M ^{lle} DEBRAUX	Sciences biologiques
		MM. DUPONT	
		GARRIGUES	
		PIERI	
		SELLIER	
		OTTMANN	Sciences de la Terre
Maîtres de Conférences		MM. JOLIVET A.	Sciences Mathématiques
		LAMEAU	
		IBISCH, M.C. associé	
		BARDON	Sciences physiques
		GOUREAUX	
		GRANGE	
		GUEVEL	
		LASKAR	
		M ^{lle} OFFRET	
		MM. SULMONT	
		JOLIVET J.	Sciences chimiques
		MARTIN	
		POINTEAU	
		ROUXEL	
		TOURNOUX	
		AMOURIQ	Sciences biologiques
		M ^{lle} ASTIE	
		M ^{me} LE DOUARIN	
		MM. LE DOUARIN	
		CAVET	Sciences de la Terre
		FORESTIER	
	Secrétaire	M. PAILLET	

Je vous prie de croire, Monsieur le Ministre, que je suis avec vous,
et de la part de la Commission de l'Enseignement, avec toute la
haute estime et toute la haute confiance que vous m'avez fait hon-
neur de m'accorder.

Je vous prie de croire, Monsieur le Ministre, que je suis avec vous,
et de la part de la Commission de l'Enseignement, avec toute la
haute estime et toute la haute confiance que vous m'avez fait hon-
neur de m'accorder.

Je vous prie de croire, Monsieur le Ministre, que je suis avec vous,
et de la part de la Commission de l'Enseignement, avec toute la
haute estime et toute la haute confiance que vous m'avez fait hon-
neur de m'accorder.

Je vous prie de croire, Monsieur le Ministre, que je suis avec vous,
et de la part de la Commission de l'Enseignement, avec toute la
haute estime et toute la haute confiance que vous m'avez fait hon-
neur de m'accorder.

A MES PARENTS
EN TEMOIGNAGE D'AFFECTION

La présente étude a été effectuée au Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique de Nantes sous la direction de Monsieur le Professeur RAVILLY.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Monsieur le Professeur RAVILLY ainsi qu'à Monsieur le Professeur SULMONT pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et pour les conseils éclairés qu'ils n'ont cessé de me prodiguer.

Ma reconnaissance s'adresse également à Messieurs les Professeurs qui m'ont fait l'honneur de composer le jury.

Je remercie mes camarades de Laboratoire et du Centre de Calcul Scientifique de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique ainsi que les personnes qui ont participé à la bonne présentation et à l'impression de ce fascicule.

TABLE DES MATIERES

<u>INTRODUCTION</u>	1
<u>CHAPITRE 1 – DESCRIPTION DES MOYENS D'ESSAI</u>	
1 - Axes de référence	3
2 - Balance Aérodynamique	4
3 - Montage des jauges de contraintes	8
4 - Soufflerie	10
<u>CHAPITRE 2 – ETUDE DES VOILES DE NAVIRE</u>	
1 - Polaires de voiles triangulaires encastrées sur le mat	15
2 - Etude d'une voile reliée au mat par anneaux	19
3 - Influence de la vitesse du vent sur les coefficients aérodynamiques d'une voile triangulaire	21
4 - Variations de la position du centre de voilure avec l'incidence	23
<u>CHAPITRE 3 – ETUDE DE L'INFLUENCE D'UN FOC</u>	
1 - Etude expérimentale d'un gréement du type Marconi	25
2 - Analyse des résultats	26
3 - Conclusions	34
<u>CHAPITRE 4 – DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES D'UN VOILIER</u>	
1 - Navire équipé d'une seule voile	35
2 - Navire équipé d'une voile et d'un foc	38
3 - Conclusions	40
<u>CHAPITRE 5 – ETUDE AERODYNAMIQUE D'UNE COQUE</u>	43
<u>CHAPITRE 6 – PROBLEME DU LOUVOYAGE</u>	
1 - Notations	47
2 - Hypothèses	48
3 - Equations d'équilibre	49
4 - Optimisation des angles de louvoyage	51
5 - Application à une maquette	51
6 - Conclusions	54

CHAPITRE 7 – ETUDE LINEARISEE DES VOILES D'ENVERGURE INFINIE

EN REGIME SUBSONIQUE AVEC FROTTEMENT

1 - Rappel de la théorie des profils minces de Birbaum-Glauert.....	55
2 - Equations d'équilibre d'un profil déformable	62
3 - Détermination de la forme de la voile.....	65
4 - Détermination des caractéristiques de la voile	69
5 - Résultats numériques	73
6 - Contrôle expérimental de la théorie	86
7 - Conclusions	97
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	99

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Les études théoriques et expérimentales entreprises sur les voiles connaissent actuellement un essor considérable, bien que celles-ci aient semblé délaissées à la suite des travaux d'Eiffel et de Curry entre les deux guerres.

Le développement de la navigation de plaisance et la construction de voiliers de course très rapide prennent une grande part dans les facteurs de cet intérêt. L'aéronautique a élargi le domaine d'utilisation des ailes déformables depuis le régime subsonique jusqu'au régime hypersonique. Ainsi la NASA a construit des planeurs très légers et de faible encombrement dont la voilure est constituée par une paroi souple montée sur une ossature rigide pliable.

Notre propos est d'apporter une modeste contribution à l'étude théoriques et expérimentales des profils souples en régime subsonique, en particulier dans le cas des voiles de navire.

Nous utilisons une soufflerie spécialement construite à l'ENSM. Les mesures sont effectuées sur des maquettes à l'échelle de voiles réelles. Nous nous placerons toujours dans le cas d'un vent homogène et isotrope bien que le fonctionnement des voiles réelles ait lieu en présence d'un gradient de vitesse.

Dans le premier chapitre nous cherchons à mettre en évidence l'influence de chacun des paramètres caractérisant le fonctionnement d'une voile.

Le second chapitre est consacré à l'étude de l'ensemble constitué par l'association d'une voile et d'un foc. Ce sujet a été fréquemment

abordé mais soit à l'aide de profils rigides courbes ayant une forme voisine de celle des voiles (1) ou souvent par analogie avec l'aile à fente (2). Nous comparerons le pouvoir propulsif d'une voile seule avec celui que l'on obtient en lui adjoignant un foc.

De nombreux laboratoires étudient l'hydrodynamique du yacht, nous citerons en particulier (3) le bassin d'essai de carènes de l'Institut du Massachussetts. Dans le but d'aborder les problèmes posés par l'optimisation de la route, nous avons déterminé en soufflerie les caractéristiques aérodynamiques d'une voilure en présence de la partie émergente de la carène. La surface libre est supposée plane et indéformable. Elle est matérialisée par un plancher placé au niveau de la flottaison de la maquette et isolé de celle-ci. Pour situer l'influence de chacun des paramètres, nous effectuons deux calculs linéarisés de route avec une carène idéalisée. La complexité du problème étant mise en évidence, nous proposerons une méthode d'expérimentation sur le navire à la mer. Les résultats qui pourront être obtenus s'appliqueront au calcul direct et exact de la route optimale.

Le problème de transposition au réel des résultats obtenus sur maquette en soufflerie ne sera pas envisagé. Cependant, la voile étant un profil dont la forme dépend des conditions de fonctionnement, nous avons voulu juger des modifications apportées aux coefficients aérodynamiques de celle-ci par les forces de frottement. L'étude théorique est faite en appliquant à une voile bidimensionnelle la théorie linéarisée des profils de Birnbaum-Glauert (4), comme l'a fait J.N. Nielsen (5). Nous introduirons dans l'équation d'équilibre mécanique de la surface une répartition d'efforts tangentiels fonction du nombre de Reynolds local et donnée par la loi de Blasius. Ces résultats sont suivis d'un contrôle expérimental de la théorie linéarisée des voiles bidimensionnelles.

CHAPITRE I

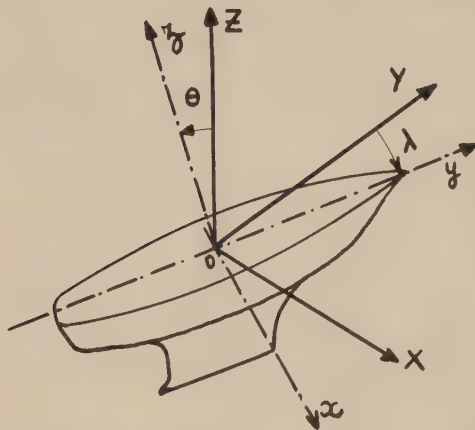
DESCRIPTION DES MOYENS D'ESSAI

DESCRIPTION DES MOYENS D'ESSAI

1 - AXES DE REFERENCE

La résultante des efforts aérodynamiques sur un voilier peut être définie par ses composantes sur les axes OX , OY , OZ d'un trièdre trirectangle, ainsi que par ses moments par rapport à chacun de ces axes.

L'origine O peut être choisie n'importe où. Le pied du mât est un point qui matérialise la liaison voilure coque, aussi l'usage en a fait dans bien des cas l'origine du système d'axes.



Nous choisirons l'axe OZ vertical ascendant .

Le trièdre ox , oy , oz est lié au navire et déduit du précédent par une rotation d'angle θ autour de OY suivie d'une rotation de λ autour de OZ .

θ représente l'angle de gîte du voilier
Si l'axe OY est confondu avec la route
 λ est l'angle de dérive.

2 - BALANCE AERODYNAMIQUE

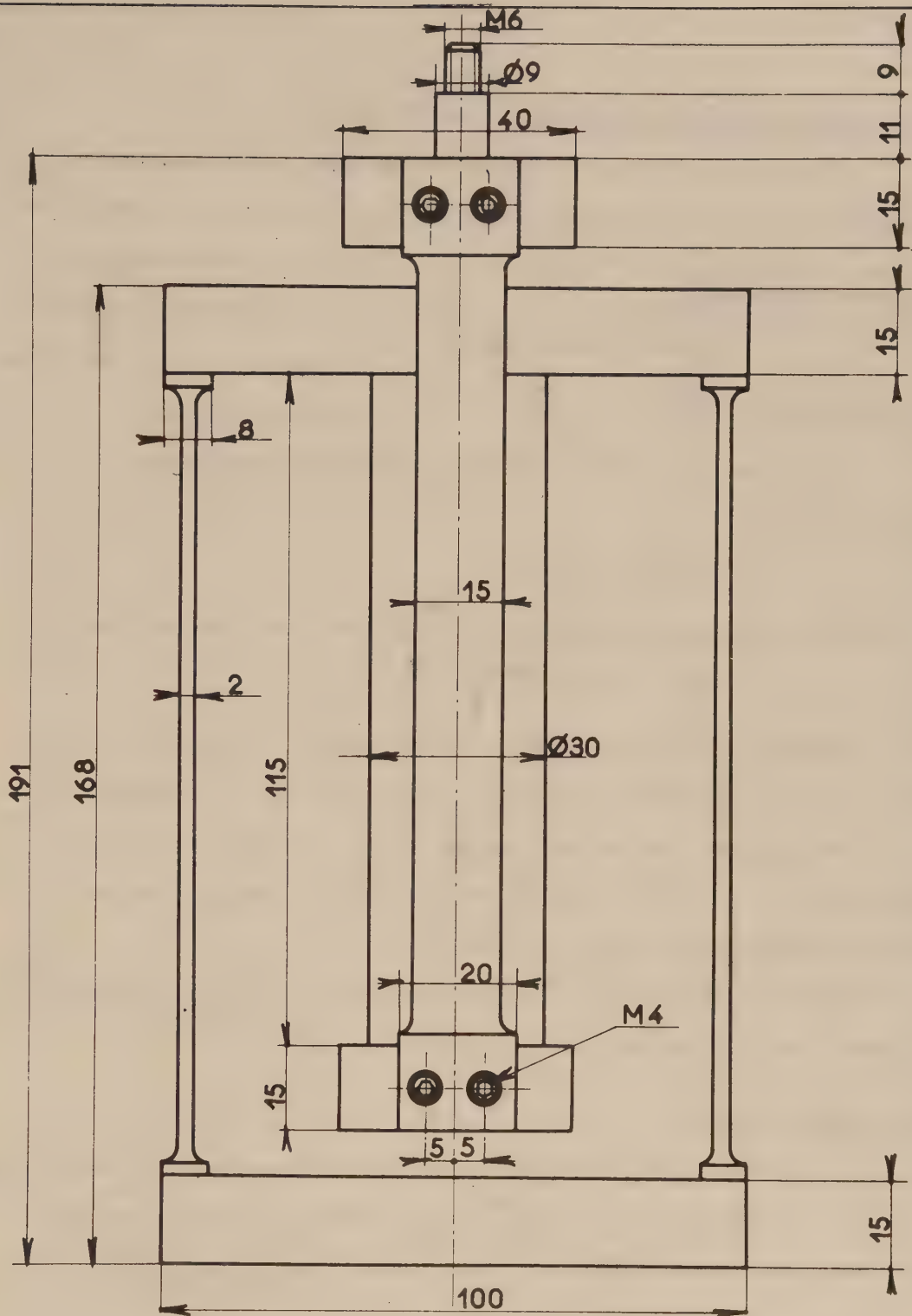
Nous utilisons une balance à jauges d'extensométrie conçue et réalisée au laboratoire de mécanique des fluides de l'E.N.S.M.

La photographie (1) montre la position du système OX , OY , OZ par rapport à la balance.

La composante de la résultante aérodynamique dirigée suivant OZ ne sera pas mesurée. Il s'agit donc de pouvoir définir 2 forces et trois moments.



fig.1



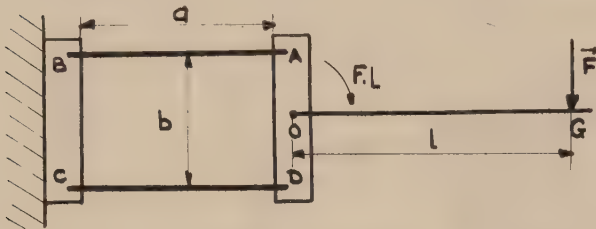
N:2

ECHELLE 1

BILAME

2. 1. BILAMES DE MESURE DES FORCES : Plan n° (2)

Ils sont identiques et constitués de lames flexibles encastrées aux extrémités dans des barreaux massifs que nous supposons indéformables.



Soit une force F appliquée en G . Elle est équivalente à un couple $F.l$ et à une force F appliqués en O

Le moment de flexion dû à F est maximal aux encastrement où il atteint la valeur

$$M_{f \text{ maxi}} = \frac{Fa}{4}$$

la déformation maximale à l'encastrement, est pour une force de 1 gp :

$$\epsilon_1 = 0,18 \cdot 10^{-6}$$

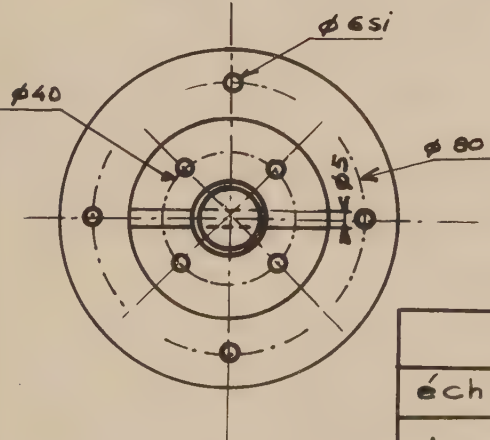
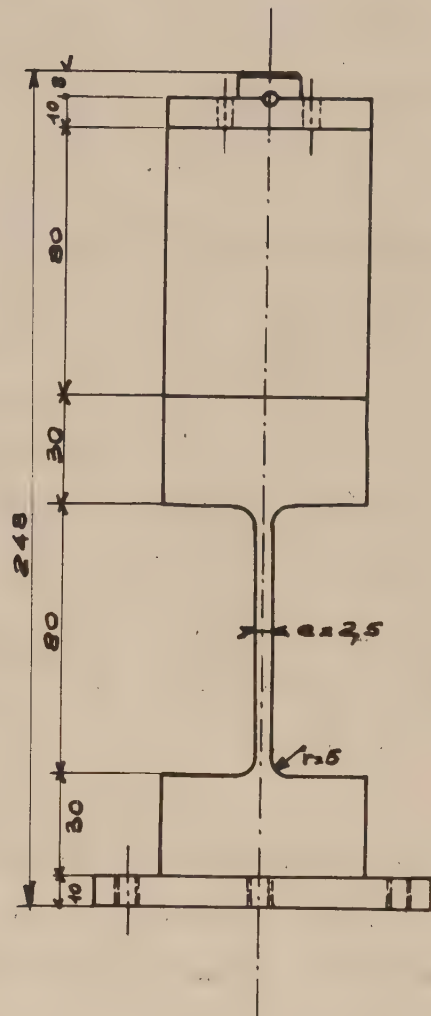
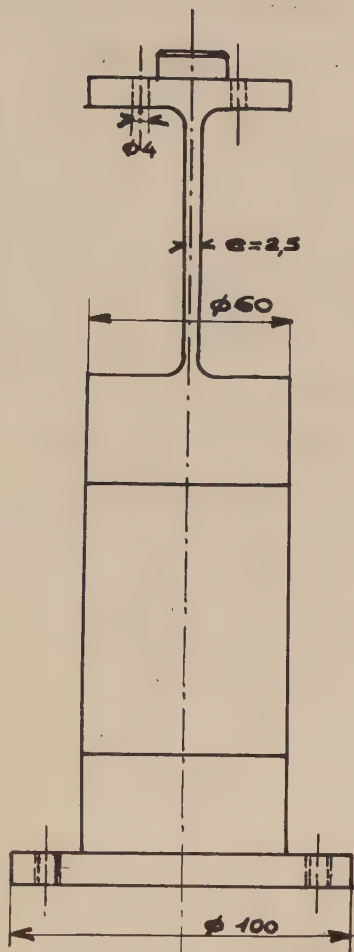
- La contrainte normale due au moment $F.l$ est répartie uniformément dans les barres. Elle est du second ordre par rapport à celle due à la flexion.
- L'influence d'une force perpendiculaire au plan du bilame est éliminée mécaniquement. En effet, le rapport des inerties des lames par rapport à deux axes perpendiculaires est supérieur à 280.
- Le choix de la position des jauges d'extensométrie permettra de mesurer uniquement les déformations dues à la force F .

2. 2. LAMES DE FLEXION

Leurs plans sont ceux des bilames. Elles permettront de mesurer les moments par rapport à un point des composantes de la résultante Aérodynamique. La déformation relative due à un moment de 1g.lcm est

$$\epsilon_2 = \frac{M}{E} \frac{1}{\left(\frac{I}{V}\right)}$$

$\frac{I}{V}$ étant le module d'inertie des lames.



AG 4

échelle 0,5

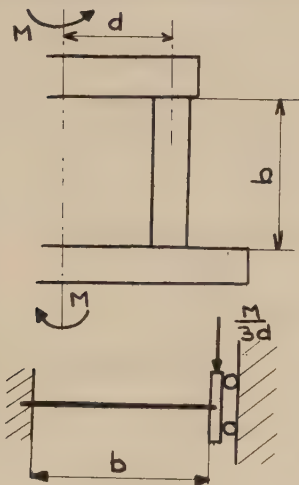
Lames de mesure des moments

E le module d'Young de l'A G 4.

$$\epsilon_2 = 0,115 \cdot 10^{-7}$$

chacune de ces lames, par sa forme est insensible à un moment d'axe perpendiculaire. Le rapport des inerties de la lame suivant ses deux axes de symétrie est de : 333

2. 3. MESURE DU MOMENT D'AXE OZ : Plan n° (3)



Les trois lames étant identiques, nous supposeront que les efforts se répartissent également dans celles-ci.

Isolons une lame du système. Elle se comporte comme une poutre encastrée chargée en son extrémité par la force $\frac{M}{3d}$

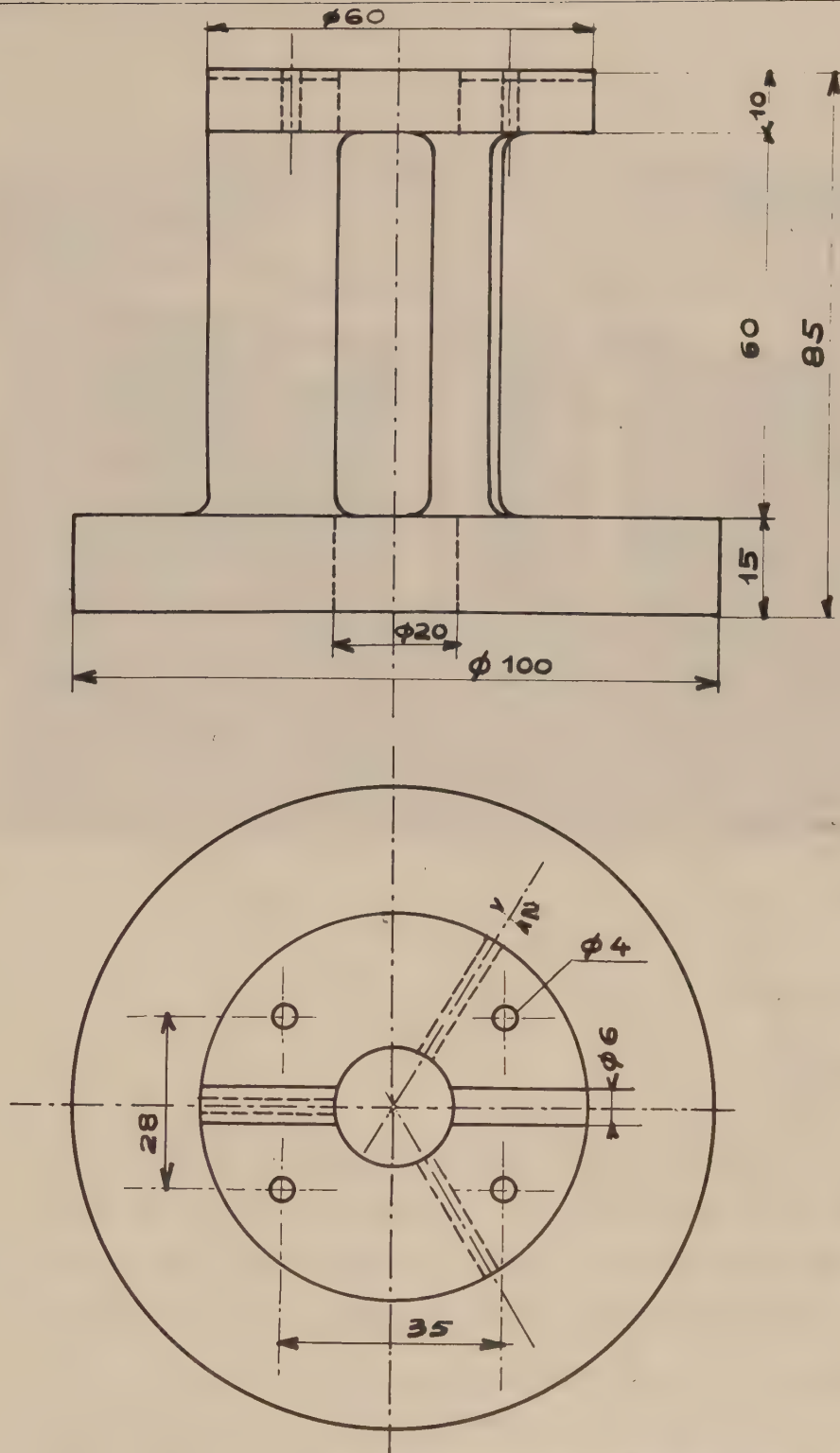
Pour un moment de 1g.lcm la déformation relative est de

$$\epsilon_3 = 0,31 \cdot 10^{-7}$$

3 - MONTAGE DES JAUGES DE CONTRAINTE

Nous utilisons des jauges du commerce compensées par l'A.G.4. au coefficient $K = 2$. Pour chaque lame celles-ci sont montées en opposition, ce qui assure une auto-compensation thermique et permet l'élimination des déformations parasites. Le schéma de montage figure sur la planche N° (4)

L'organe de lecture est le pont Philipps PR 9302 auquel nous avons associé le dispositif d'équilibrage et de commutation P.T. 1210.

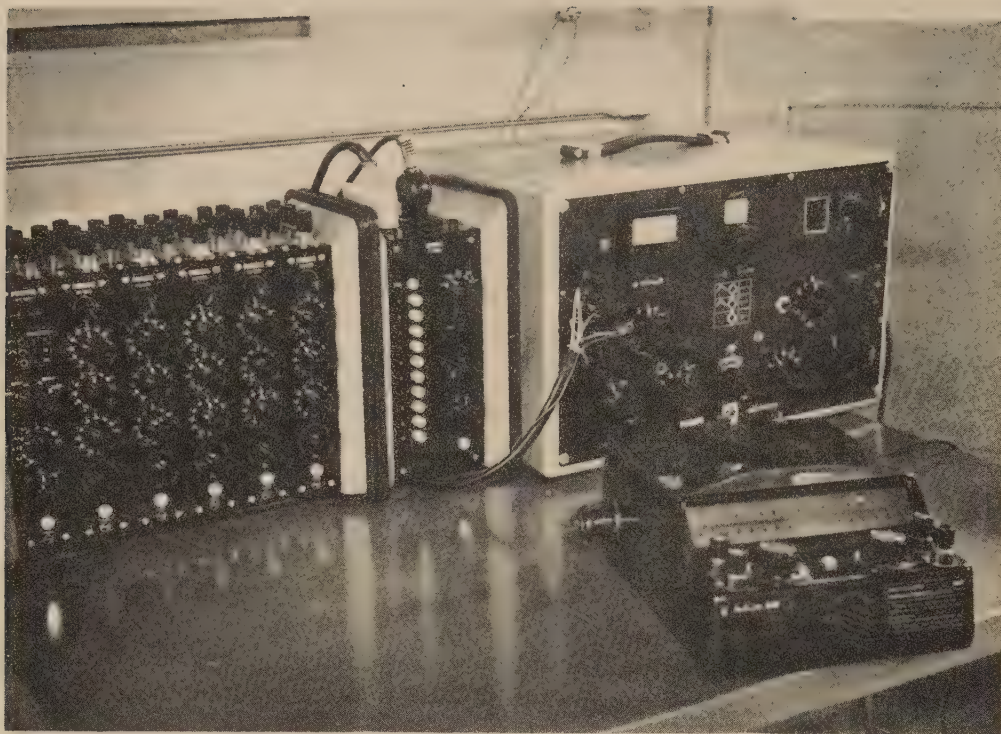


N°3

AG4

echelle 1

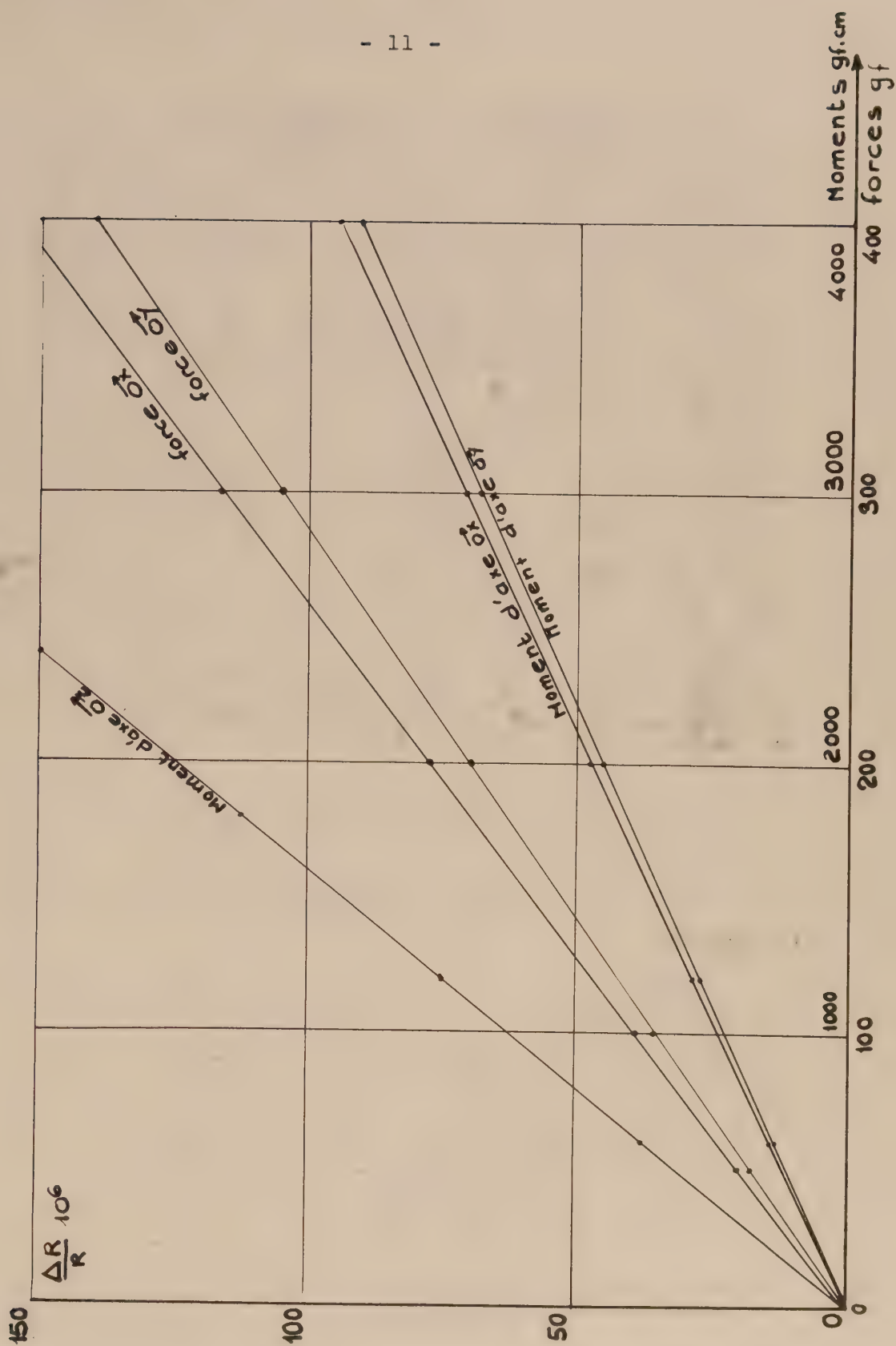
Mesure du moment d'axe $\vec{OZ}$

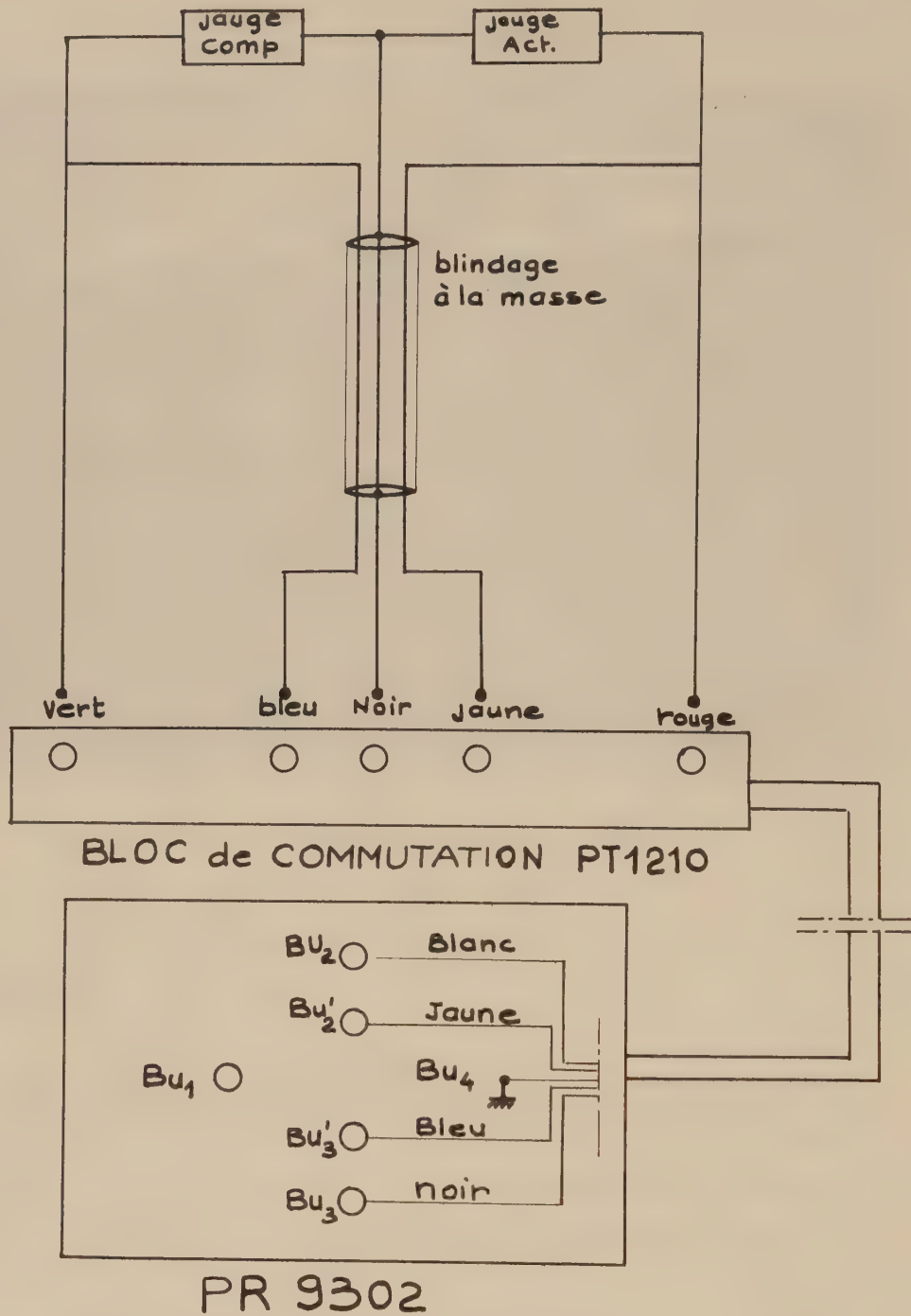


4 - SOUFFLERIE

Elle a été construite spécialement pour les essais de voiles. C'est une soufflerie du type Eiffel à veine libre. Une hélice tripale RATIER type 2200 à variateur de pas électrique aspire l'air à travers un diffuseur court. La veine a une section décagonale de 1,50 mètres sur plats.

Les vitesses atteintes varient de façon continue de 0 à 7,50 mètres par seconde.





Balance

fig.4

Schéma de câblage

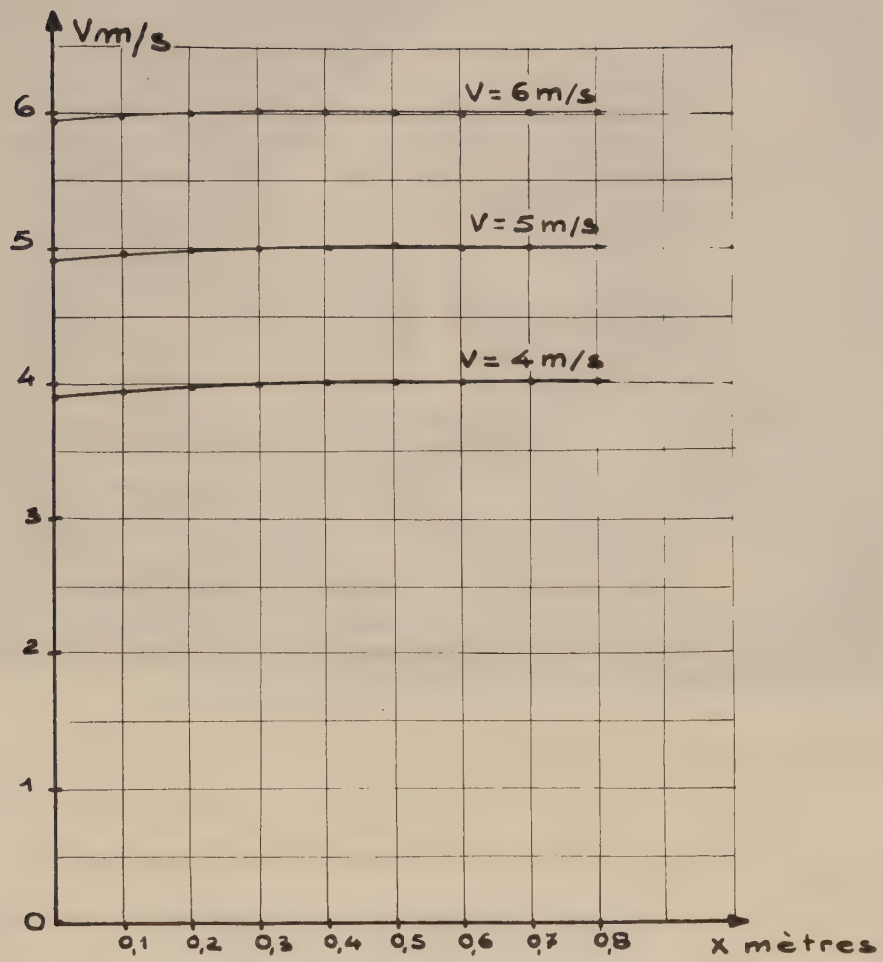
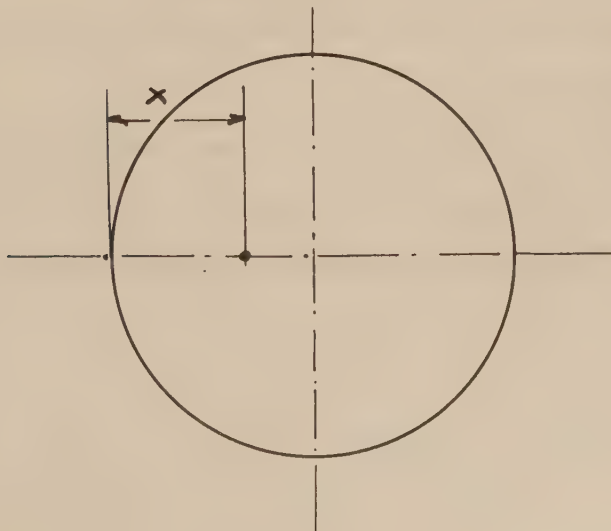
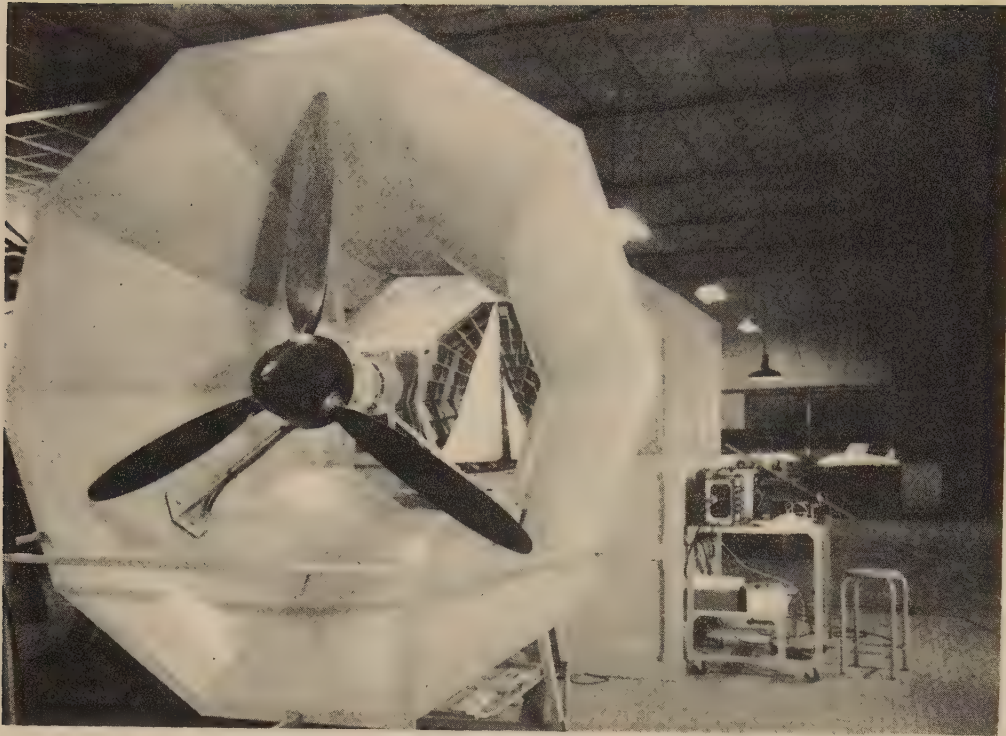


fig. 5





EXPLORATION DU CHAMP DE VITESSES :

Le champ de vitesses a été étudié sur plusieurs rayons et dans diverses sections. La régularisation du courant est assurée par une grille nid d'abeille placée devant l'hélice ainsi que par un anneau formant un convergent avec la paroi du diffuseur d'entrée.

La planche (5) donne l'allure de la répartition des vitesses dans le plan de la balance.

Nous avons étudié les fluctuations de vitesses au cours du temps, au moyen d'un fil chaud et d'un enregistreur ; seules des fréquences élevées de fluctuation apparaissent. Leur amplitude est très réduite.

CHAPITRE II

ETUDE DES VOILES DE NAVIRE

ETUDE DES VOILES DE NAVIRE

Nous étudierons successivement :

- la polaire de deux voiles triangulaires d'allongement différent, ces deux voiles étant encastrées sur le mât.

- les deux dispositifs de fixation au mât d'une même voile soient : la voile encastrée ou la voile isolée du mât et reliée à celui-ci par des anneaux.

- la déformation de la polaire d'une voile lorsque la vitesse du vent varie.

- Les variations du point d'application de la résultante aérodynamique en fonction de l'incidence.

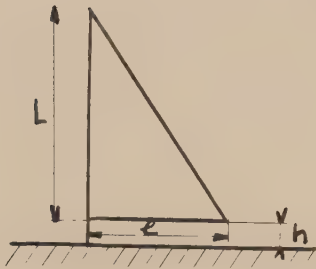
1-POLAIRES DE VOILES TRIANGULAIRES ENCASTREES SUR LE MAT

I. I. CARACTERISTIQUES DES VOILES ETUDIEES :

Nous les définirons par leurs dimensions et par le paramètre λ dit allongement, ou rapport de l'envergure à la corde moyenne. Dans le but de garder à ces voiles un fonctionnement analogue à celui qu'elles auraient sur un bateau, les mesures sont effectuées au voisinage d'un pont.

La bôme et le mât sont construits en alliage léger à l'échelle de la voile. Celle-ci est réalisée avec un tissu à fibres serrées mais très souple à la flexion.

λ s'écrit : $\lambda = 2 \frac{L}{l}$



le paramètre $\frac{h}{L}$ caractérise aussi le fonctionnement de la voile, nous lui conservons la valeur qu'il a sur le navire réel.

Les tableaux suivants définissent les voiles étudiées

VOILE NUMERO 1					
S m ²	L m	l m	h _m	$\frac{h}{L}$	λ
0,095	0,76	0,25	0,11	0,145	6,08

VOILE NUMERO 2					
S m ²	L m	l m	h _m	$\frac{h}{L}$	λ
0,26 m ²	1,02	0,51	0,06	0,059	4

I. 2. RESULTATS DES MESURES :

La décomposition classique de la résultante Aérodynamique en portance F_z et traînée F_x permet de faire apparaître les coefficients :

$$C_x = \frac{F_x}{1/2 \rho S V^2}$$

$$C_z = \frac{F_z}{1/2 \rho S V^2}$$

Les résultats sont consignés dans les tableaux ci-dessous :

V = 6,5 m/s		VOILE NUMERO 1											$\lambda = 6,08$	
i°	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
C_Z	0,092	0,235	0,453	0,715	0,961	0,984	0,988	0,992	0,984	0,984	0,955	0,913	0,886	0,803
C_X	0,091	0,11	0,145	0,19	0,243	0,296	0,331	0,42	0,487	0,55	0,605	0,73	0,79	0,887

V = 6,5 m/s		VOILE NUMERO 2											$\lambda = 4$	
i°	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	
C_Z	0,24	0,49	0,66	0,77	0,84	0,84	0,80	0,78	0,77	0,73	0,70	0,66	0,62	
C_X	0,047	0,076	0,14	0,21	0,32	0,41	0,47	0,53	0,58	0,61	0,62	0,65	0,68	

d'où les courbes polaires des voiles (1) et (2) encastrées sur le mât.

I. 3. CONCLUSIONS - INFLUENCE DES MATS

L'examen des polaires obtenues met en évidence des coefficients de traînée très élevés si on les compare à ceux obtenus pour des profils minces rigides.

Nous estimerons la traînée des mâts en les assimilant à des cylindres ayant le rayon moyen du tronc de cône à partir duquel les mâts sont obtenus.

Les abaques de Vieselsberger (11) donnent :

$$\text{mât n° 1} \quad Re = \frac{V_0 D_m}{\nu} = 3,58 \cdot 10^3$$

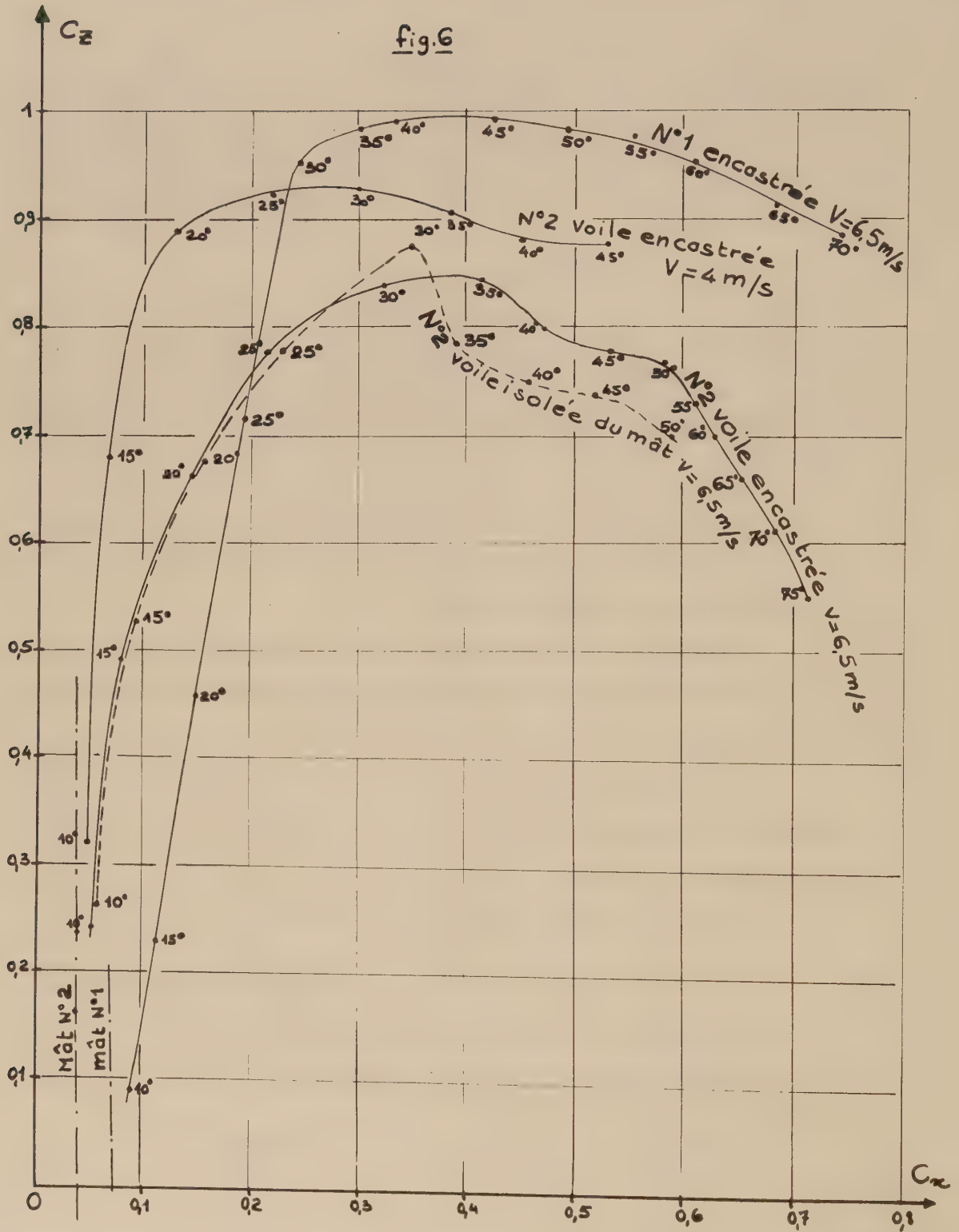
$$\text{mât n° 2} \quad Re = \frac{V_0 D_m}{\nu} = 5,8 \cdot 10^3$$

d'où les C_X rapportés aux surfaces de voilure

$$\text{mât n° 1} \quad C_X = 0,077$$

$$\text{mât n° 2} \quad C_X = 0,035$$

fig. 6



Si l'on porte sur les courbes polaires les axes à traînée constante correspondant à chacun des mâts, l'on trouve alors une traînée qui se comporte comme celles des profils minces, d'où la nécessité de profiler les mâts.

En particulier, en utilisant des mâts elliptiques dont le rapport des axes est compris entre 3 et 4 nous diviserons par 10 la traînée due aux mâts.

2-ETUDE D'UNE VOILE RELIEE AU MAT PAR DES ANNEAUX

La voile n° 2 a été choisie pour cet essai. Le mât et la bôme sont identiques aux précédents.

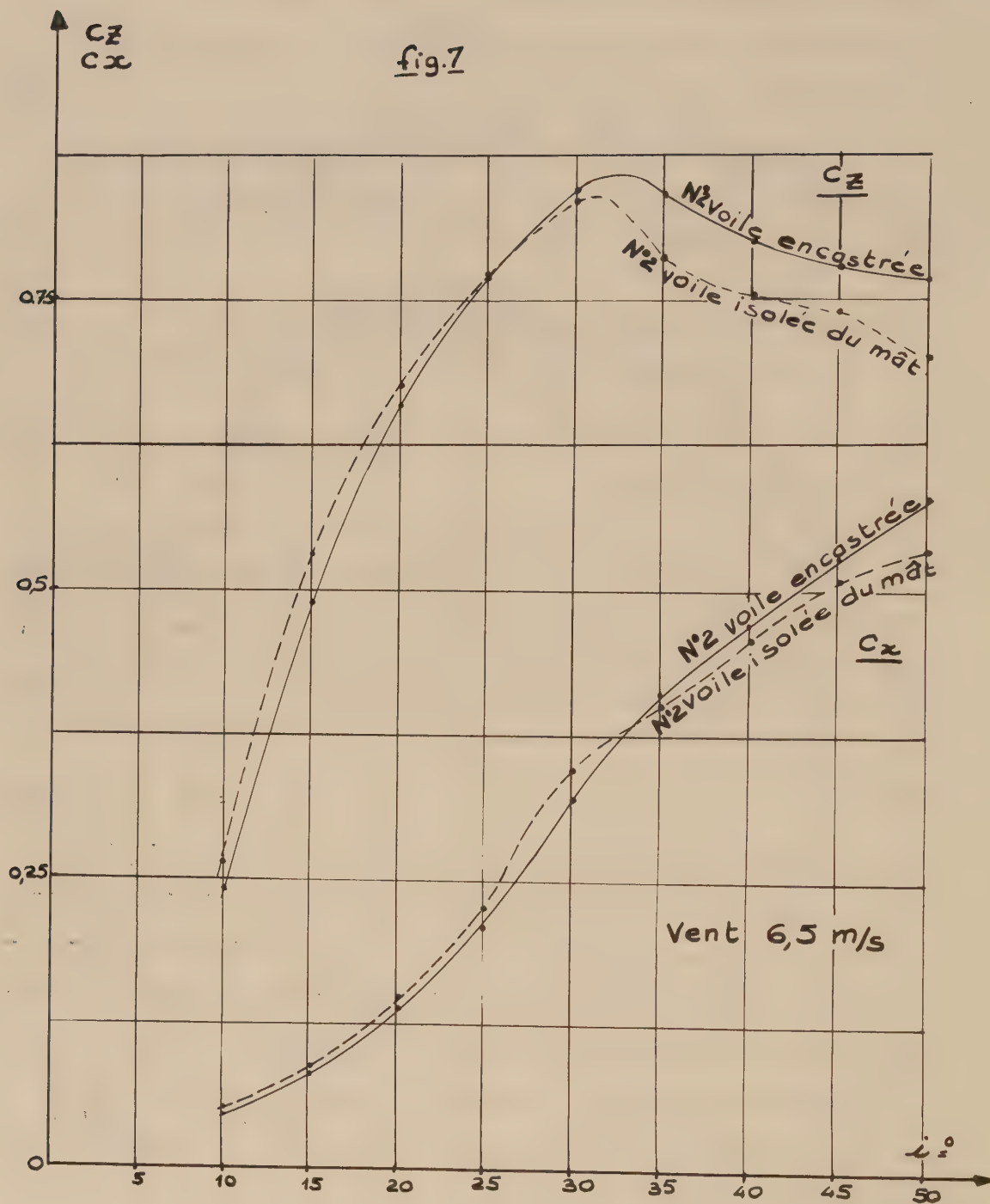
2. I. RESULTATS DES MESURES

VOILE NUMERO 2 NON ENCASTREE SUR LE MAT								V = 6,5 m/s	
i°	10	15	20	25	30	35	40	45	50
C _Z	0,26	0,515	0,673	0,77	0,83	0,785	0,751	0,74	0,653
C _x	0,051	0,088	0,15	0,225	0,345	0,4	0,455	0,51	0,535

La construction de la polaire de la voile figure sur le graphique (6).

2. 2. COMPARAISON DES DEUX SOLUTIONS

Construisons pour la voile n° 2 les courbes de variation de la finesse $f = \frac{C_Z}{C_x}$ en fonction de l'incidence avec les deux montages. Nous comparerons aussi les variations de la portance et de la traînée. Il apparaît que la voile encastree reste la plus fine, mais les écarts étant très faibles, nous ne pensons pas devoir attribuer ce phénomène au type de montage, mais plutôt au fait que les tissus utilisés ne présentent pas une raideur à l'échelle, la fixation par anneaux permet donc plus facilement à la voile de se gonfler aux faibles incidences.



La seule conclusion qui puisse être tirée de ces mesures est que le décollement s'effectue légèrement plus tôt sur la voile montée par anneaux et surtout en donnant lieu à un sommet de polaire très aigu, ce qui risque de rendre difficile l'utilisation d'une voile au voisinage de la portance maximum.

3 - INFLUENCE DE LA VITESSE DU VENT SUR LES COEFFICIENTS AERODYNAMIQUES D'UNE VOILE TRIANGULAIRE

3. 1. Pour un profil rigide, si les mesures sont effectuées avec un nombre de Reynolds suffisamment grand pour que l'écoulement soit turbulent, l'expérience montre que la polaire est pratiquement indépendante de la vitesse du vent. Le cas d'une voile est différent, car celle-ci se déforme en fonction des sollicitations auxquelles elle est soumise. Donc, en étudiant une voile en soufflerie, on s'aperçoit que la validité d'une polaire est limitée à une vitesse du vent.

Nous proposons de donner un ordre de grandeur de ces variations en essayant la voile N° 2 à la vitesse de 4 m/s.

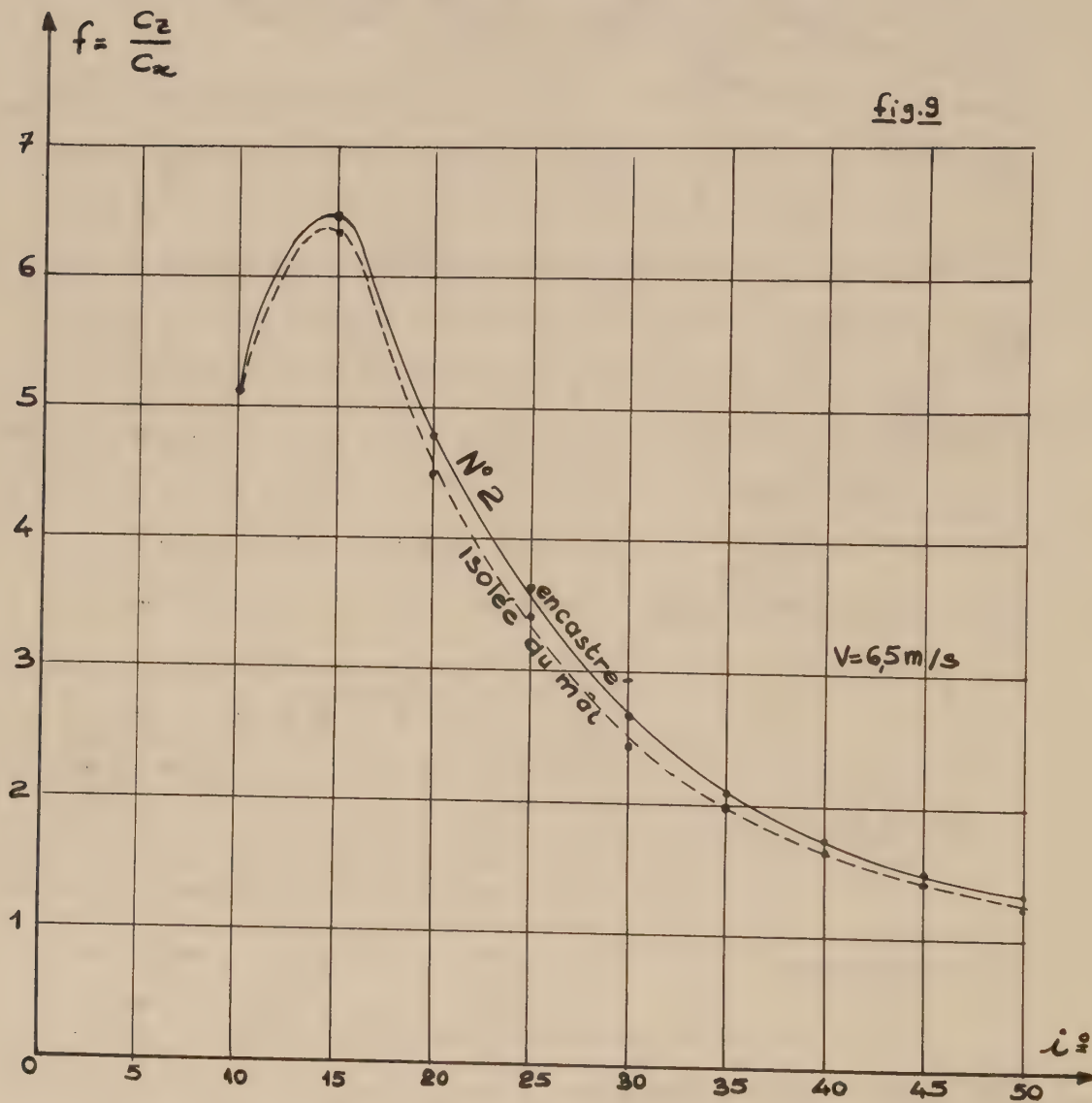
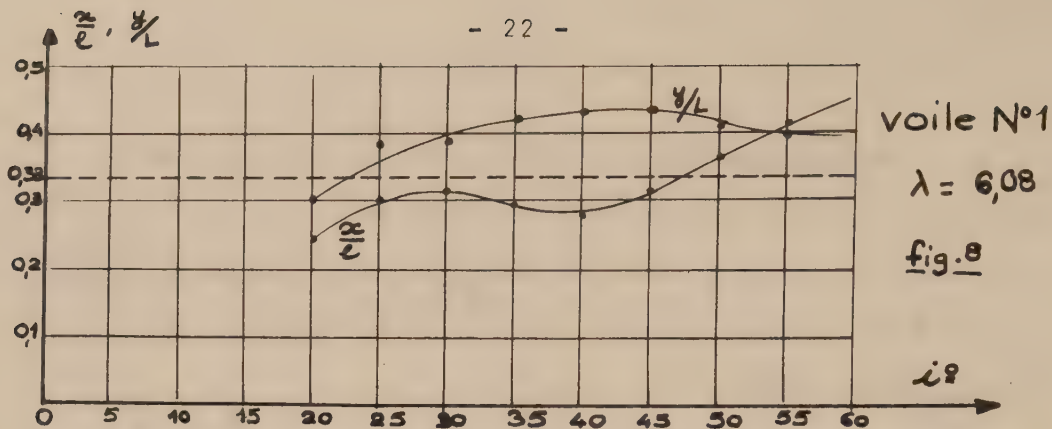
3.2. RESULTATS DES MESURES

V = 4 m/s		VOILE NUMERO 2 ENCASTREE						
1°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°
C _Z	0,32	0,68	0,89	0,93	0,92	0,93	0,91	0,88
C _X	0,049	0,07	0,13	0,22	0,30	0,38	0,45	0,53

3. 3. CONCLUSIONS

Les courbes polaires de la planche (6) montrent la variation des coefficients d'une même voile.

A faible vitesse le profil est plus porteur et sa traînée est



plus faible d'où une finesse plus grande. Ces résultats sont en concordance avec ceux déjà publiés (3).

4.-VARIATIONS DE LA POSITION DU CENTRE DE VOILURE AVEC L'INCIDENCE

4. 1. DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Les mesures sont effectuées au moyen de la balance électrique. Les bilames supérieurs définissent les composantes de la résultante des efforts aérodynamiques. Les lames verticales respectivement parallèles et normales au vent ainsi que les lames de torsion permettent de définir les moments de ces forces par rapport aux jauges. Les lames de torsion fixent le moment de la résultante par rapport au mât.

4. 2. RESULTATS DES MESURES

La voile étudiée est la voile n° 1 $\lambda = 6,08$

Soient respectivement $\frac{x}{l}$ et $\frac{y}{L}$ les distances relatives du centre de la voilure au mât et à la bôme.

Les résultats des mesures figurent dans le tableau ci-dessous :

i°	20	25	30	35	40	45	50	55
x/l	0,413	0,366	0,313	0,273	0,293	0,313	0,306	0,24
y/L	0,306	0,39	0,386	0,415	0,426	0,437	0,405	0,391

4. 3. CONCLUSIONS

Les architectes navals admettent souvent que le centre de voilure est peu différent du centre de surface de la voile. Le graphique montre que dans la zone d'utilisation des voiles, cette hypothèse est vérifiée à environ 10 % près.

ETUDE DE L'INFLUENCE D'UN FOC

L'utilité de la voile de foc a été l'objet de nombreuses discussions. L'étude expérimentale systématique d'une voile seule et d'une voile de même type munie d'un foc nous permet de déterminer les coefficients caractéristiques de chacune de ces solutions. Ainsi dans chaque domaine de fonctionnement une comparaison précise devient possible.

1. ETUDE EXPERIMENTALE D'UN GREEMENT DU TYPE MARCONI ,

I. I. NOTATIONS ET CONDITIONS EXPERIMENTALES :

Le système voile et foc se présente comme un biplan. L'incidence de chacune des voiles par rapport au vent et leur position relative sont définies par les trois angles α , β , δ , de la figure (11)

Le schéma (10) donne les dimensions de la voilure étudiée. Celle-ci est montée en présence de la surface d'un pont matérialisé par un plancher et dont la distance à la bôme est conforme, à l'échelle, à celle qui existe en réalité.

I. 2. BUT DES MESURES :

Nous chercherons pour des valeurs de δ données les angles β et α qui donnent la plus grande valeur possible à la composante propulsive F_p de la résultante des efforts aérodynamiques.

La composante latérale est notée F_1 .

Si S_v est la surface totale de la voilure, nous pourrions introduire les coefficients :

$$C_{Fp} = \frac{F_p}{1/2 \rho S_v V^2}$$

$$C_{F1} = \frac{F_L}{1/2 \rho S_v V^2}$$

Les mesures sont effectuées pour des valeurs de δ comprises entre 30° et 90° . Pour chacun de ces caps, on fait varier l'angle de bôme et le réglage du foc de façon à étudier l'évolution de la force propulsive. A chaque angle de bôme pour un cap donné correspond un réglage optimal du foc. Les résultats sont consignés dans les tableaux qui suivent.

2-ANALYSE DES RESULTATS

Il s'agit de savoir, pour un cap donné et avec les angles de bôme possibles par rapport au vent relatif, si la présence d'un foc augmente ou diminue le pouvoir propulsif d'un gréement.

2. 1. POINTS DE FONCTIONNEMENT DE LA VOILURE COMPLETE :

A partir des mesures effectuées en (1,2), le cap δ étant fixé, nous choisirons pour toute valeur de $\beta' = \delta - \beta$ le réglage de foc optimal. Il est alors possible de construire le diagramme (12) d'évolution de la force propulsive en fonction de l'angle fait par la bôme avec le vent relatif pour une voile munie d'un foc. Chacune de ces courbes correspond à un cap fixe δ . Les courbes représentatives de la force latérale en fonction de la même variable figurent sur la planche (13).

2. 2. TRANSPOSITION DES RESULTATS OBTENUS POUR UNE VOILE SEULE :

Considérons la polaire de la voile seule. Il est possible, au moyen de la construction géométrique de la figure (14), d'obtenir les coefficients C_{Fp} et C_{F1} de celle-ci pour tout cap δ , en fonction de l'angle de la bôme par rapport au vent relatif. Pour chaque cap les variations de C_{Fp} pour la voile seule en fonction de β' , sont représentées

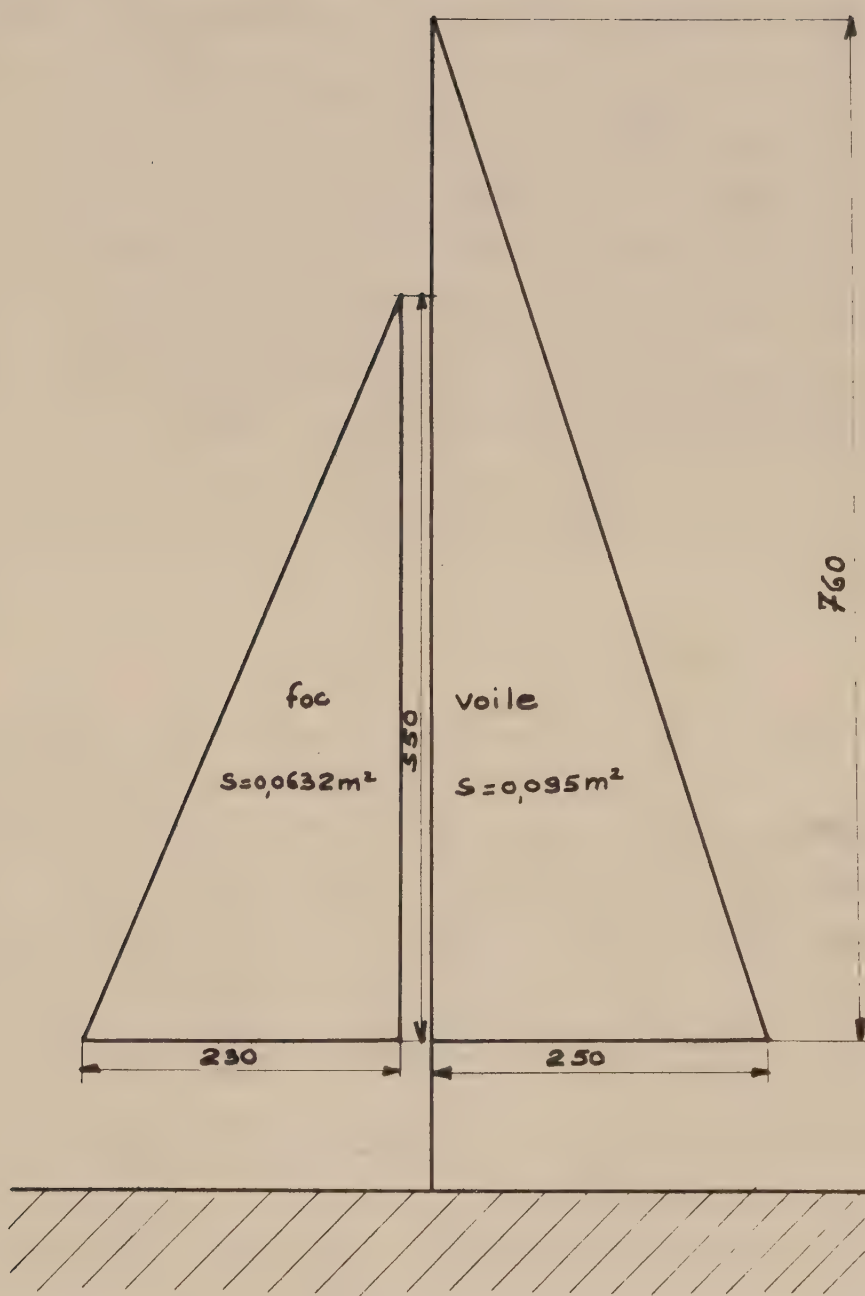


fig. 10

$\gamma=30^\circ$	$\beta=0^\circ$	$\beta'=30^\circ$	$\beta=10^\circ$	$\beta'=20^\circ$
α_{foc}	C_{FP}	C_{FL}	C_{FP}	C_{FL}
0°	0,183	0,793	0,13	0,68
10°	0,340	0,890	0,282	0,741
16°	0,414	0,870	0,326	0,716
21°	0,43	0,829	0,340	0,675
27°	0,445	0,811	0,323	0,585
33°	0,41	0,793		

$\gamma=40^\circ$	$\beta=0^\circ$	$\beta'=40^\circ$	$\beta=10^\circ$	$\beta'=30^\circ$	$\beta=20^\circ$	$\beta'=20^\circ$
α_{foc}	C_{FP}	C_{FL}	C_{FP}	C_{FL}	C_{FP}	C_{FL}
0°	0,183	0,81	0,0785	0,691		
5°	0,265	0,858	0,175	0,708		
10°	0,367	0,88	0,265	0,708		
16°	0,414	0,866	0,305	0,708	0,213	0,615
21°	0,446	0,828	0,323	0,682	0,213	0,580
24°			0,331	0,651		
27°	0,431	0,775	0,323	0,642	0,213	0,523
33°	0,368	0,76	0,274	0,576	0,160	0,453

$\gamma = 50^\circ$	$\beta = 0^\circ$	$\beta' = 50^\circ$	$\beta = 10^\circ$	$\beta' = 40^\circ$	$\beta = 20^\circ$	$\beta' = 30^\circ$
α_{foc}	C_{FP}	C_{FL}	C_{FP}	C_{FL}	C_{FP}	C_{FL}
0°	0,278	0,83	0,214	0,777	0,207	0,597
5°	0,335	0,881	0,323	0,812	0,148	0,665
10°	0,430	0,917	0,404	0,830		
13°	0,465	0,934				
16°	0,515	0,89	0,526	0,847	0,296	0,68
21°	0,68	0,89	0,586	0,812	0,383	0,665
27°	0,68	0,86	0,636	0,803	0,453	0,665
33°	0,636	0,777	0,617	0,768	0,478	0,597
39°					0,43	0,571

$\gamma = 60^\circ$	$\beta = 0^\circ$	$\beta' = 60^\circ$	$\beta = 10^\circ$	$\beta' = 50^\circ$	$\beta = 20^\circ$	$\beta' = 40^\circ$
α_{foc}	C_{FP}	C_{FL}	C_{FP}	C_{FL}	C_{FP}	C_{FL}
0°	0,29	0,858	0,239	0,828		
5°	0,37	0,89	0,326	0,876		
10°	0,453	0,902	0,396	0,882		
16°	0,51	0,89	0,453	0,893	0,372	0,793
21°	0,587	0,89	0,506	0,893	0,536	0,806
27°	0,666	0,867	0,610	0,893	0,536	0,78
33°	0,742	0,828	0,680	0,893	0,570	0,777
39°			0,715	0,841	0,703	0,777
43°					0,691	0,777
47°			0,732	0,806	0,674	0,728
55°					0,631	0,663

$\gamma=70^\circ$	$\beta=0^\circ$	$\beta'=70^\circ$	$\beta=10^\circ$	$\beta'=60^\circ$	$\beta=20^\circ$	$\beta'=50^\circ$	$\beta=30^\circ$	$\beta'=40^\circ$
α_{foc}	C_{FP}	C_{FL}	C_{FP}	C_{FL}	C_{FP}	C_{FL}	C_{FP}	C_{FL}
27°							0,54	0,69
33°	0,54	0,84	0,605	0,828	0,732	0,757	0,68	0,653
39°	0,632	0,84	0,666	0,79	0,76	0,715	0,715	0,635
43°	0,666	0,828	0,705	0,775	0,784	0,69	0,732	0,588
47°	0,68	0,828	0,723	0,767	0,76	0,662	0,715	0,55
51°	0,68	0,806	0,74	0,757	0,76	0,662	0,680	0,540
55°	0,653	0,790	0,75	0,744	0,75	0,52		
60°			0,732	0,715	0,716	0,613		
65°					0,68	0,605		

$\gamma=80^\circ$	$\beta=0^\circ$	$\beta'=80^\circ$	$\beta=10^\circ$	$\beta'=70^\circ$	$\beta=20^\circ$	$\beta'=60^\circ$	$\beta=30^\circ$	$\beta'=50^\circ$
α_{foc}	C_{FP}	C_{FL}	C_{FP}	C_{FL}	C_{FP}	C_{FL}	C_{FP}	C_{FL}
27°	0,54	0,84						
33°	0,575	0,806						
39°	0,623	0,806						
43°	0,653	0,794					0,82	0,585
47°	0,680	0,777	0,715	0,728	0,75	0,637		
51°	0,698	0,777	0,731	0,715	0,785	0,573		
55°	0,732	0,768	0,753	0,715	0,795	0,573	0,795	0,503
60°	0,715	0,741	0,762	0,691	0,795	0,558	0,82	0,49
65°	0,715	0,741	0,785	0,675	0,82	0,545	0,83	0,438
72°	0,715	0,728	0,731	0,637			0,82	0,455

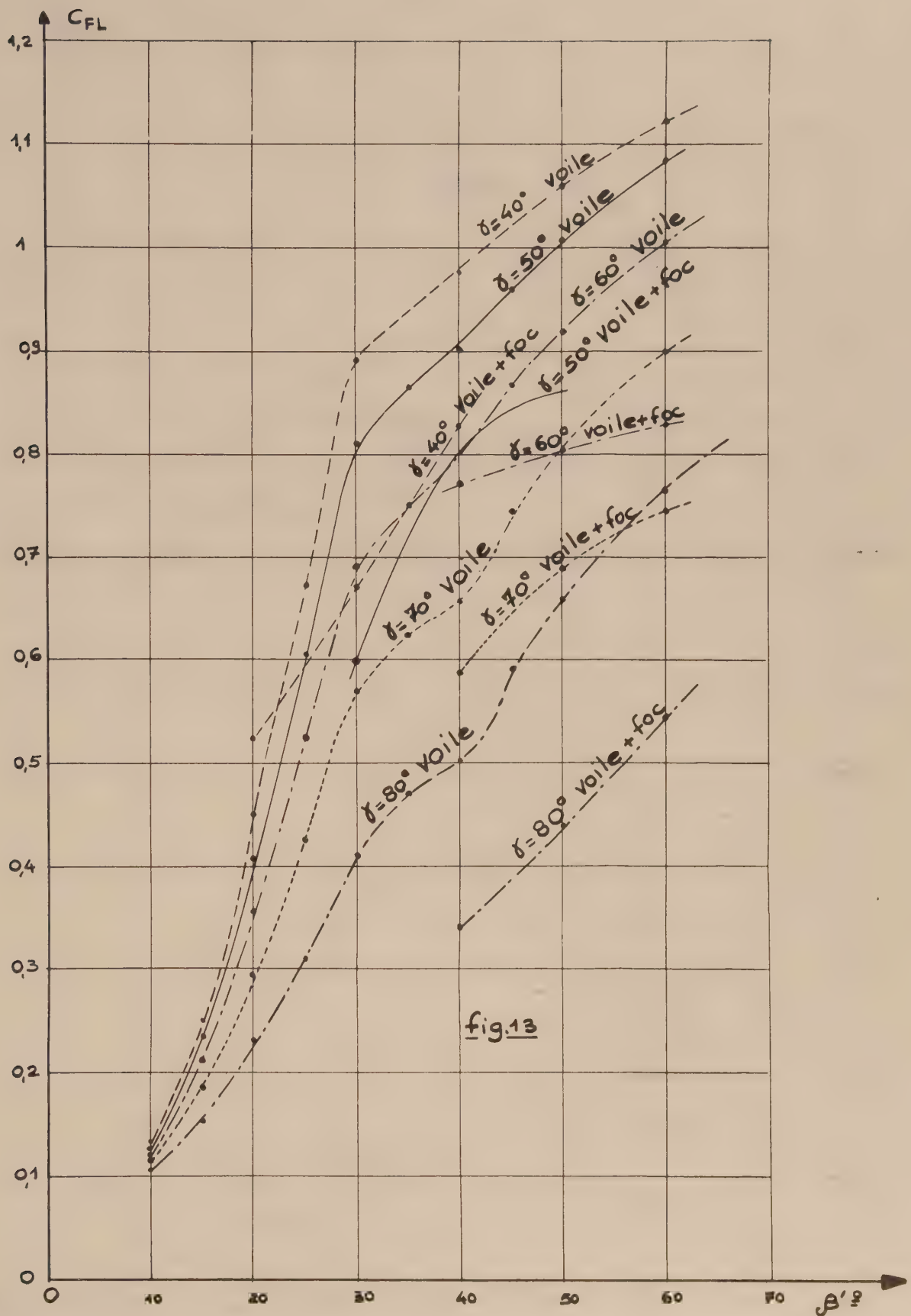
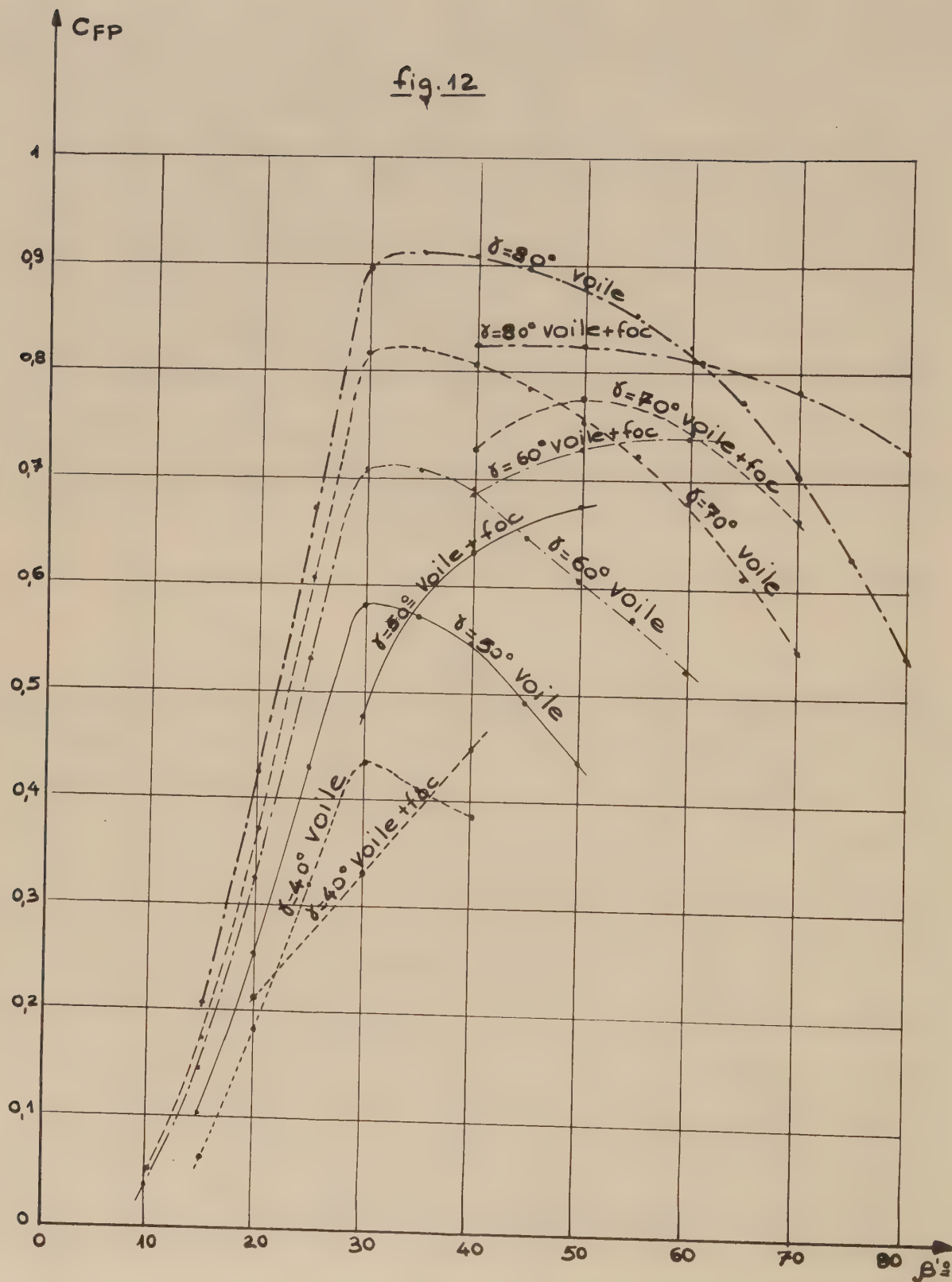
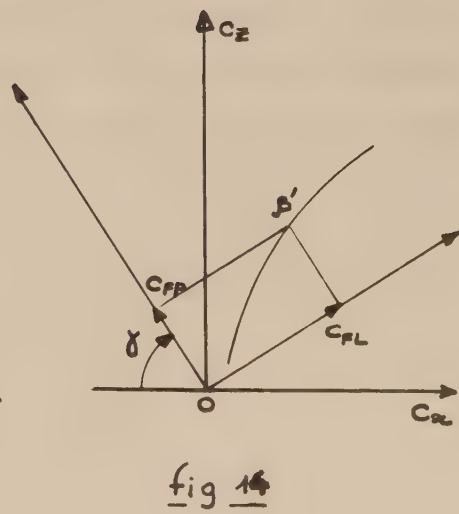
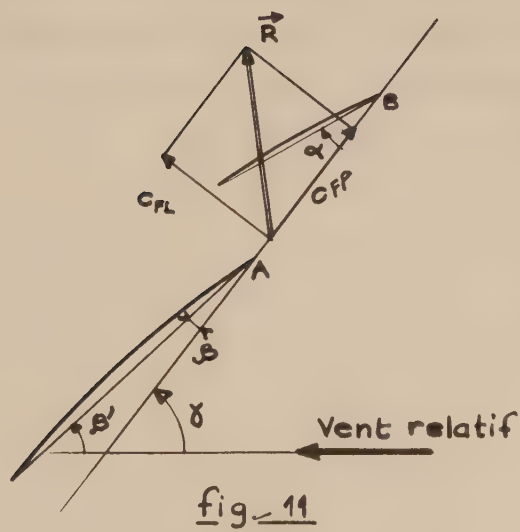
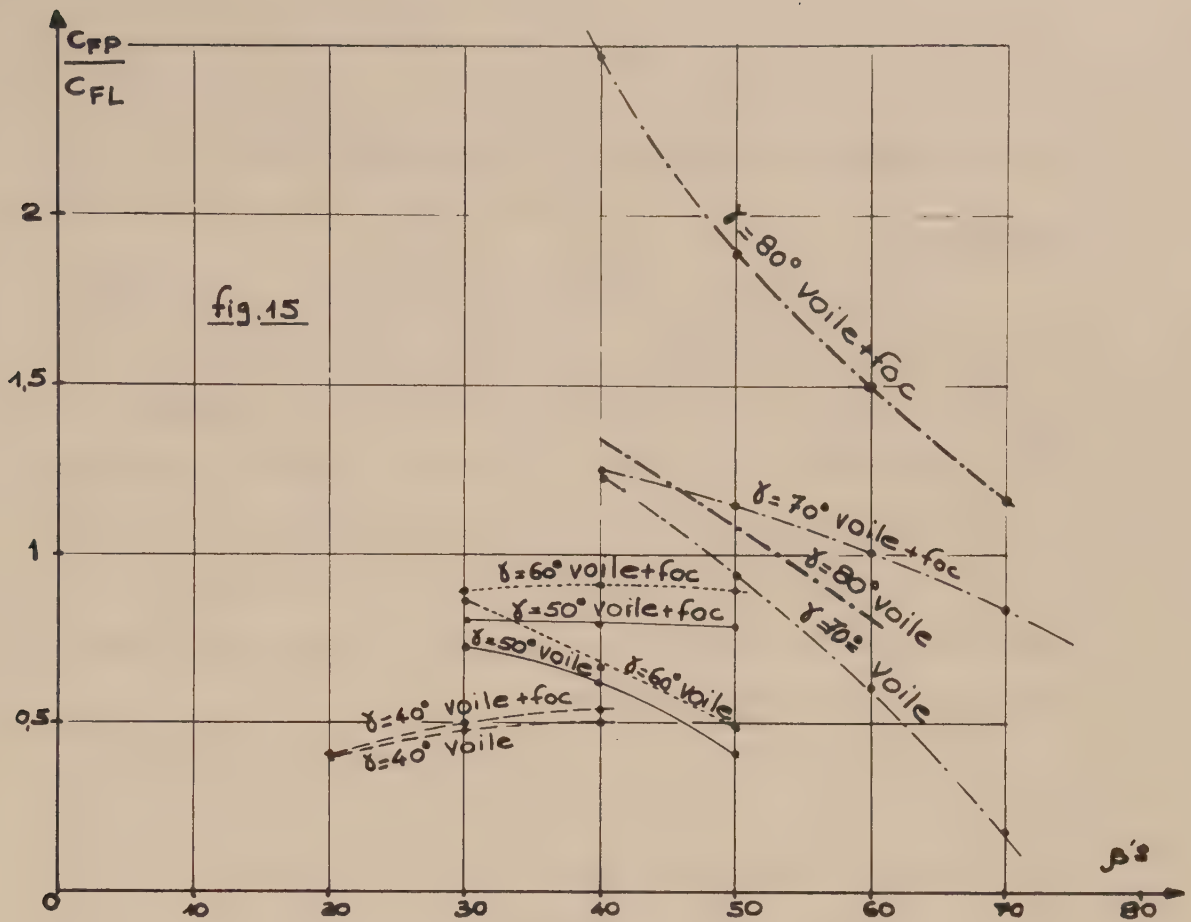


fig.13

fig. 12





sur le diagramme (12), celles de C_{F1} sur le diagramme (13).

3- CONCLUSIONS

Le diagramme (15) représente les variations du paramètre $\frac{C_{Fp}}{C_{F1}}$ en fonction de l'incidence β' de la voile par rapport au vent relatif. $\frac{C_{Fp}}{C_{F1}}$ est la cotangente de l'angle fait par la résultante aérodynamique avec la route. Pour des caps allant de 40° à 80° il apparaît que la présence du foc rapproche de plus en plus les deux directions, ce qui aura pour effet de réduire considérablement la dérive du navire, donc de diminuer sa résistance hydrodynamique et par là d'obtenir avec une même poussée F_p une vitesse plus grande.

- Le point d'application de la résultante aérodynamique est situé plus en avant lorsque la voile fonctionne en présence d'un foc. Ce qui a pour effet d'augmenter la stabilité de route du voilier.

- La présence du foc n'augmente pas toujours la valeur du coefficient C_{Fp} . En particulier, dans tout le domaine de fonctionnement où l'écoulement n'est pas décollé sur la voile, celle-ci reste plus propulsive si elle est seule. Au delà la présence du foc paraît indispensable. L'examen du diagramme (12) fait apparaître une zone de caps où le foc semble bien adapté à la voile : soit de $\gamma = 50^\circ$ à $\gamma = 70^\circ$.

CHAPITRE IV

DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES D'UN VOILIER

DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES D'UN VOILIER

Le but de ces essais est d'obtenir la valeur optimale du coefficients de force propulsive C_{F_P} ainsi que le coefficient de poussée latérale correspondant pour toute la partie émergente du navire. Les réglages de voilure correspondants seront notés pour chaque cap.

La complexité des mesures nous conduit à envisager deux procédés. L'un applicable à un bateau ayant une seule voile ; l'autre de mise en oeuvre plus lourde étant utilisable pour tous les types de voiliers.

1- NAVIRE EQUIPE D'UNE SEULE VOILE

I.I. PRINCIPE DE LA METHODE UTILISEE

Le navire complet est monté sur le plateau de la balance, les plans de mesure des bilames étant respectivement dirigés suivant l'axe de celui-ci et sa perpendiculaire de façon à déterminer les efforts F_P et F_L . Un plancher rigide situé au niveau de la flottaison figure la surface libre, supposée en première approximation horizontale et plane.

Pour chaque cap, l'on étudie les variations de la composante propulsive et celles de la composante latérale en fonction de l'angle de la bôme β réperé par rapport à l'axe du navire. Il est alors possible, pour chaque cap γ , de construire la courbe :

$$C_{F_P} = (f(C_{F_L}))\gamma = \text{cste}$$

Celle-ci est graduée en angles de bôme β .

(Diagramme N° 46)

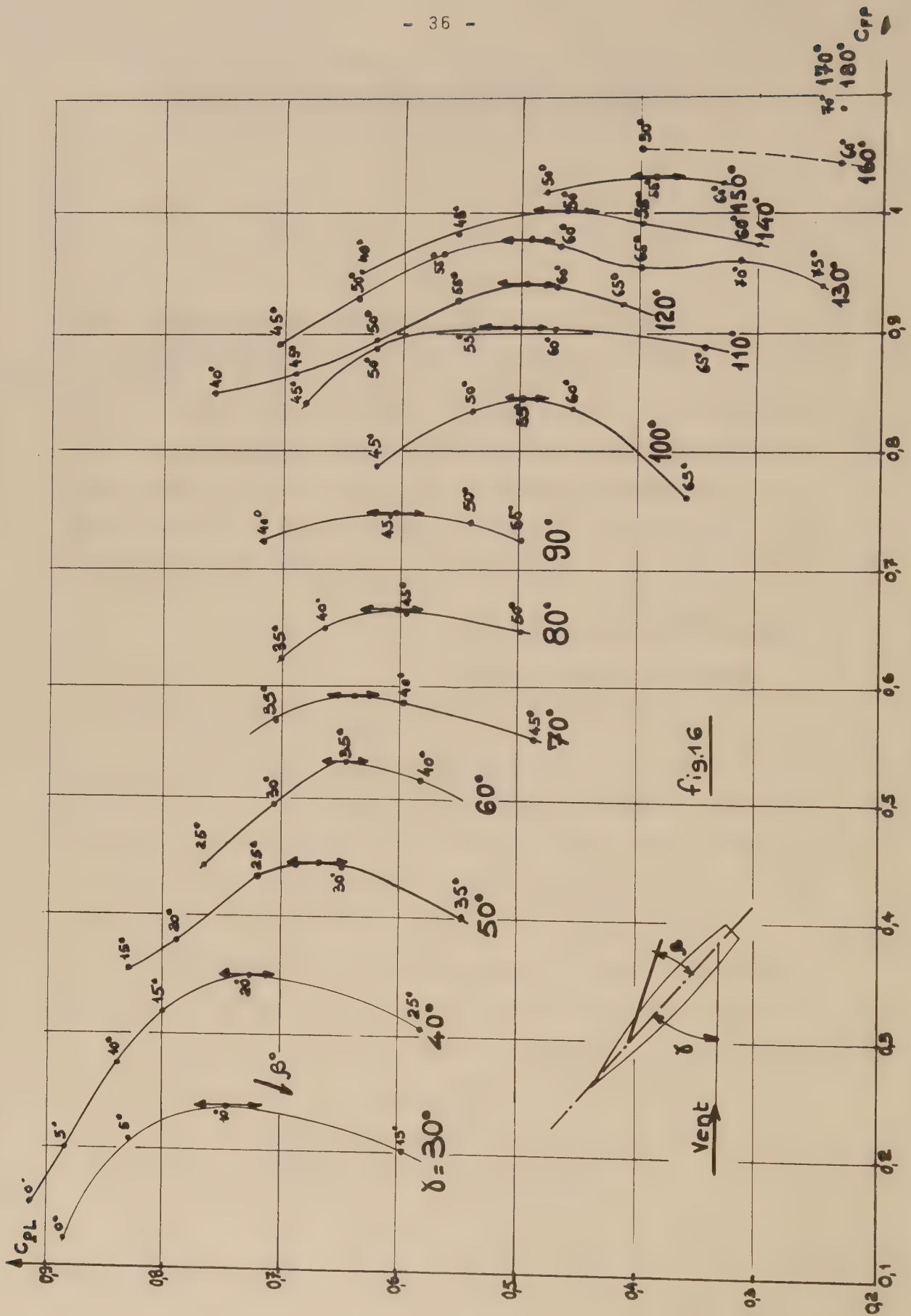
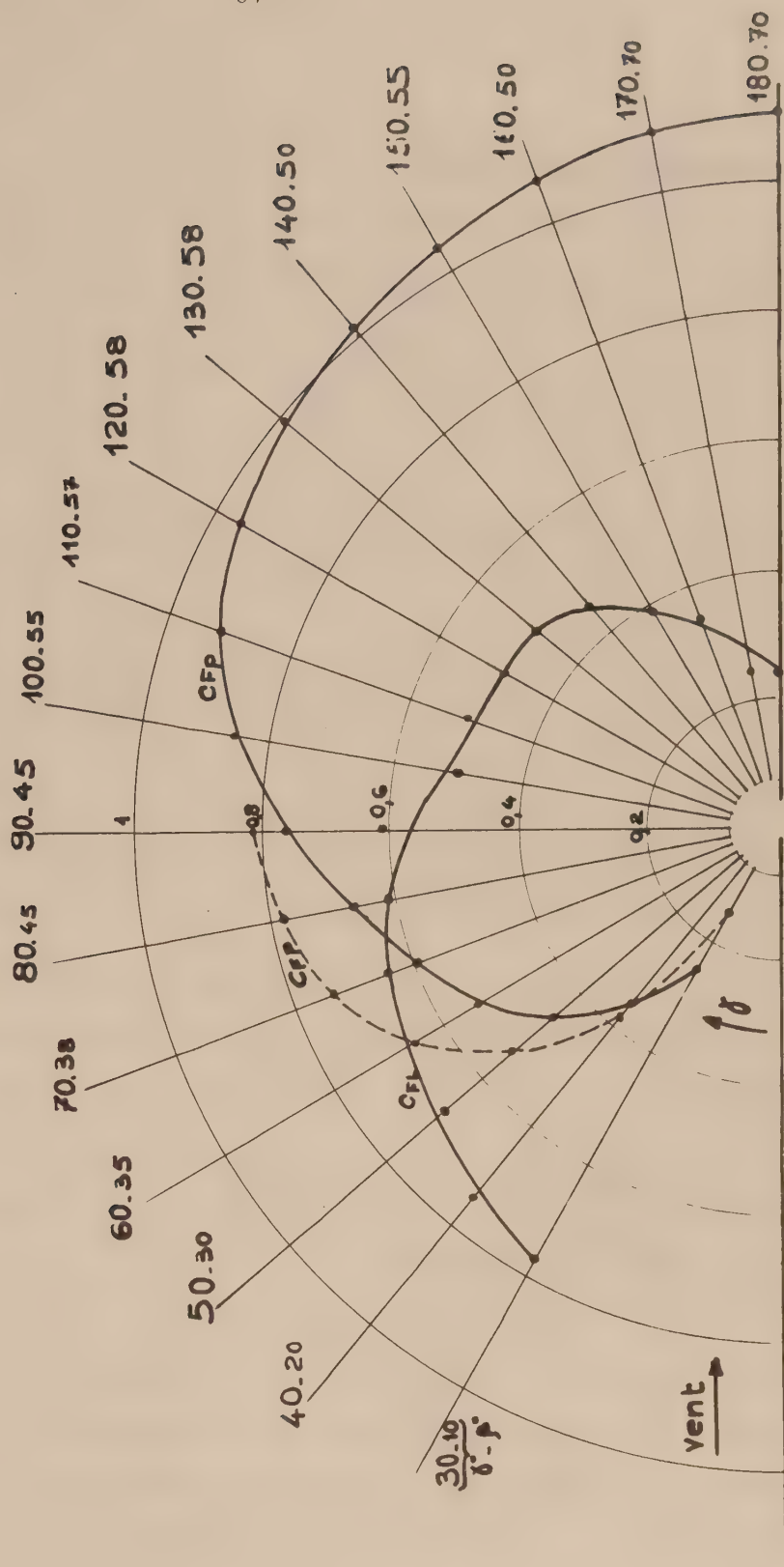


fig. 16

— bateau + voile
 --- bateau + voile + foc

fig 17

Vent 6 m/s



I. 2. RESULTATS DES MESURES

Le tableau ci-dessous résume les valeurs maximales atteintes par le coefficient de force propulsive ainsi que la poussée latérale correspondante.

Voilier : longueur 0,70 m

Vent : 6m/s

Voile S = 0,095 m²

$\lambda = 6,08$

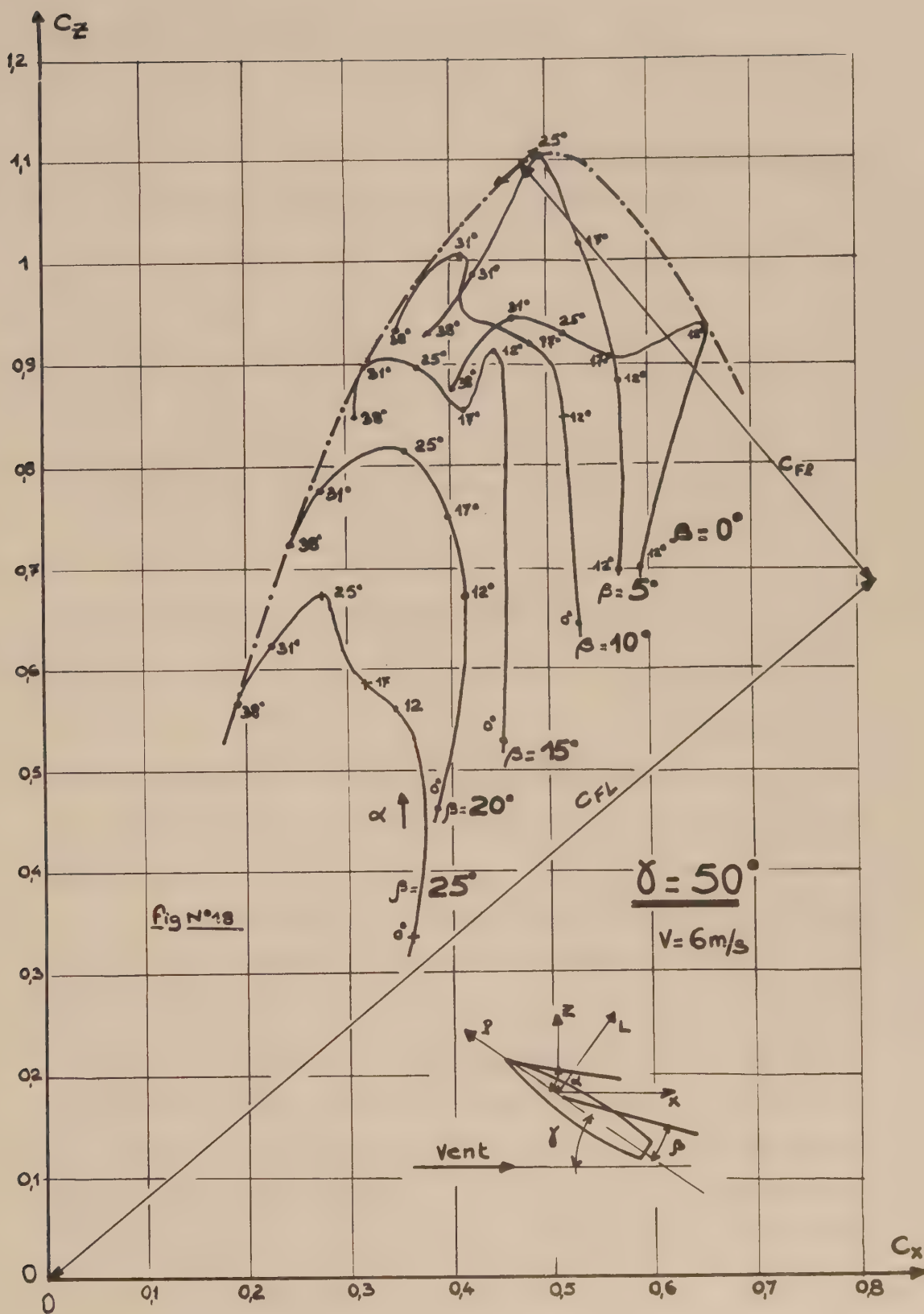
γ°	30	40	50	60	70	80	90	100
β°	10	20	30	35	38	45	45	55
C_{Fp}	0,246	0,351	0,452	0,535	0,59	0,661	0,753	0,849
C_{FL}	0,754	0,729	0,666	0,646	0,637	0,604	0,606	0,496
γ°	110	120	130	140	150	160	170	180
β°	57	58	58	50	55	50	70	70
C_{Fp}	0,906	0,945	0,979	1,008	1,033	1,058	1,096	1,096
C_{FL}	0,504	0,496	0,491	0,462	0,387		0,33	0,33

Le diagramme polaire (N°17) résume les variations du coefficient de force propulsive C_{Fp} en fonction du cap. La poussée latérale correspondante à chaque cap peut y être lue ainsi que l'angle de bôme optimal.

2. NAVIRE EQUIPE D'UNE VOILE ET D'UN FOC

2. I. PRINCIPE DES MESURES

La fixation de la maquette se fait dans les conditions énoncées en I.I dans ce cas, les axes choisis sont respectivement parallèles et perpendiculaires à la direction du vent. γ étant donné, pour chaque valeur de l'angle de bôme β nous tracerons une courbe polaire en faisant varier l'angle du foc. L'enveloppe des polaires obtenues pour les β possibles constitue la polaire idéale de la voilure pour le cap considéré.



Nous donnons à titre d'exemple le diagramme (N°10) obtenu pour le cap $\delta = 50^\circ$.

2. 2. RESULTATS DES MESURES

Le navire est identique au précédent ; on a associé à la voile un foc de surface $0,063 \text{ m}^2$.

χ°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
β°	0°	5°	5°	15°	25°	30°	30°
α°	25°	20°	25°	30°	31°	37°	37°
C_{Fp}	0,146	0,398	0,538	0,660	0,740	0,78	0,817
C_{FL}	0,58	1,02	1,06	0,65	0,740	0,606	0,54

D'où le diagramme (N°19) représentant par "vent de bout" les coefficients C_{Fp} et C_{FL} en fonction du cap.

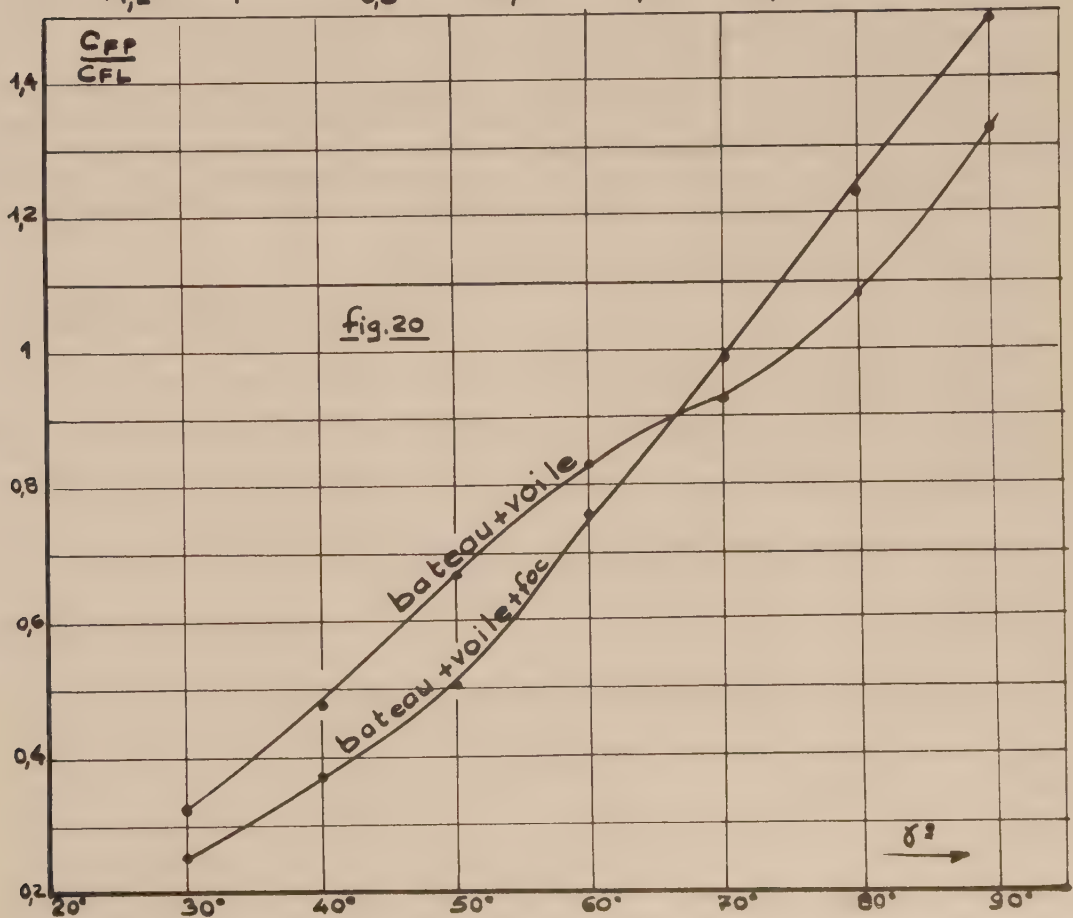
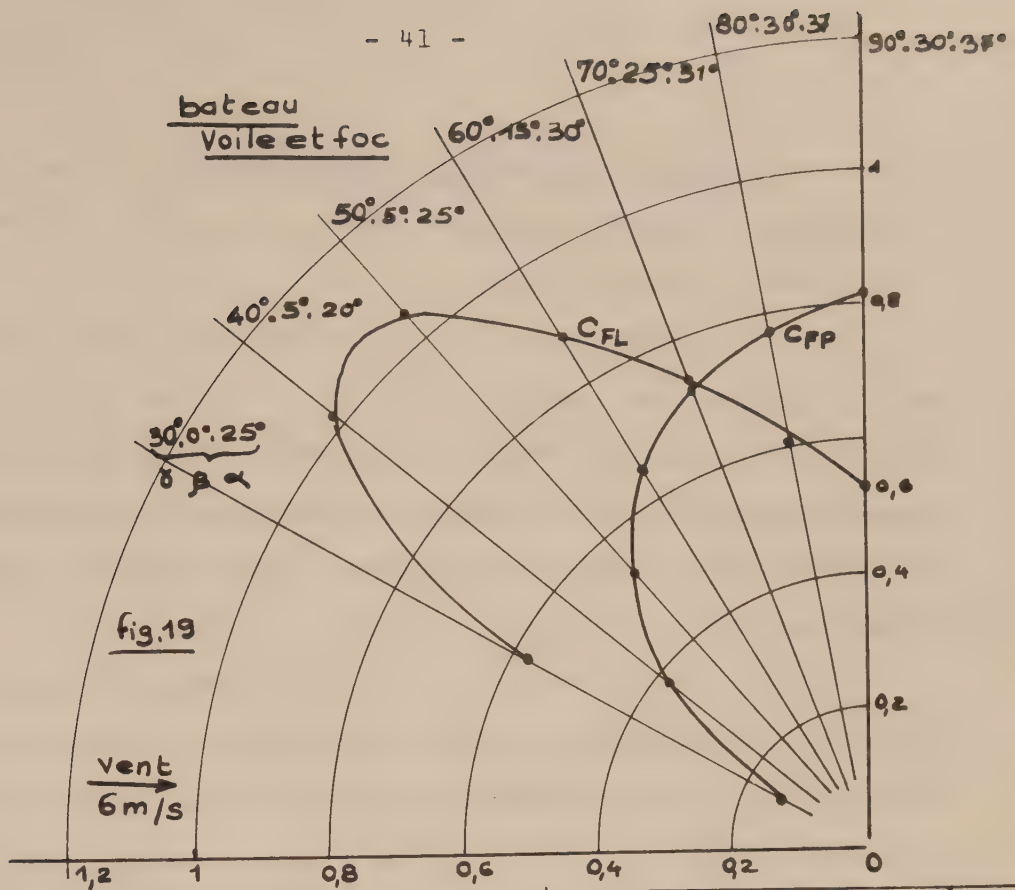
3- CONCLUSIONS

- Le diagramme (20) permet de juger de l'utilité ou de l'inutilité de la voile de foc. Dans le cas étudié, le foc affine nettement la voilure pour des valeurs du cap supérieures à 65° . Il ne faut cependant pas sous-estimer son efficacité pour des caps plus faibles.

Sur le diagramme (20) figurent les coefficients C_{Fp} relatifs au montage d'une seule voile et d'une voile plus un foc. L'utilité du foc se fait sentir vers $\delta = 40^\circ$, en contre-partie la poussée latérale devient plus grande. A ce sujet, des essais actuellement en cours au bassin des Carènes de l'E.N.S.M. montrent que les quilles de navire sont très porteuses, et que pour des angles de dérive normaux de l'ordre de 5° , la résistance de l'avancement du navire varie peu.

CHAPITRE V

ETUDE AERODYNAMIQUE
D'UNE COQUE



Nous pouvons donc espérer que l'augmentation de l'angle de dérive nécessaire à compenser la poussée latérale sera telle que la présence du foc rende le navire plus rapide.

- En analysant ces résultats et ceux obtenus pour le fonctionnement, soit d'une voile, soit d'une voile et d'un foc, au voisinage d'un plan, il apparaît que la présence des oeuvres mortes du navire entre la surface libre et les voiles modifie le fonctionnement de celles-ci de façon notable. Les conclusions tirées dans les deux cas gardent cependant le même sens.

- Les coefficients obtenus ne sont valables que pour une vitesse du vent car la voile ayant un bord libre se déforme en fonction de son changement. Le phénomène est encore plus sensible pour la voile de foc. Les caractéristiques aérodynamiques d'un voilier ne pourront être définies que par un faisceau de ces courbes pour diverses vitesses du vent. Ces déformations font aussi apparaître le problème de reproductibilité des essais.

- Nous proposerons au chapitre (VI) l'utilisation de ces courbes ainsi que des résultats en gîte et dérive que l'on peut effectuer au bassin pour une esquisse de théorie du louvoyage.

ETUDE AERODYNAMIQUE D'UNE COQUE

La comparaison des résultats obtenus lors de la détermination des caractéristiques aérodynamiques d'une voile et d'un foc montés successivement au voisinage d'un pont et sur une coque fait apparaître une chute importante du pouvoir propulsif d'une voilure lorsque celle-ci est en présence des superstructures d'un navire.

Nous chercherons à déterminer la résultante des efforts aérodynamiques sur une coque munie de sa mâture.

1- VOILIER ETUDIE

Nous définirons les coefficients de portance et de trainée, rapportés à la surface du maître couple, d'un canot de 5 mètres de longueur et de 0,45 tonnes de déplacement. La surface du maître couple est de 2,495 m².

2- CONDITIONS EXPERIMENTALES

L'étude est réalisée sur une maquette au $\frac{1}{5}$. Celle-ci est fixée sur le plateau de la balance de façon que les axes de référence soient respectivement parallèle et perpendiculaire au vent. Un plancher simule la surface libre et assure l'isolement de la partie immergée de la coque.

3- RESULTATS DES MESURES

Le cap δ est repéré par rapport à la direction du vent relatif.

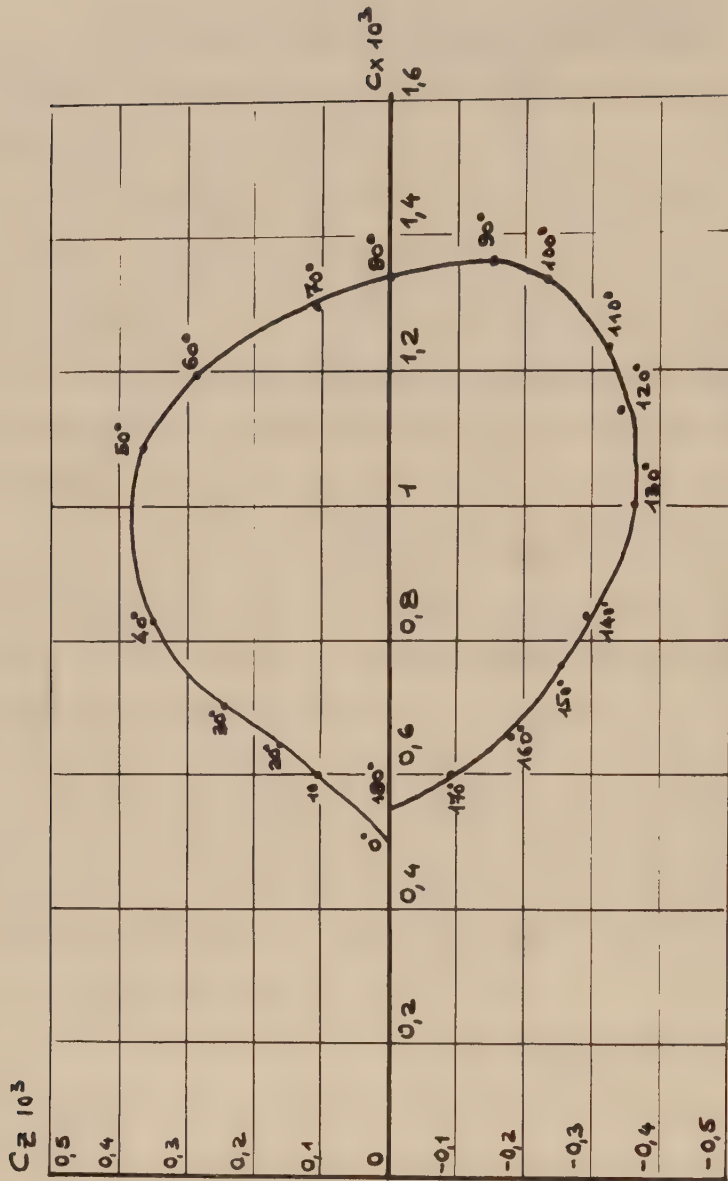
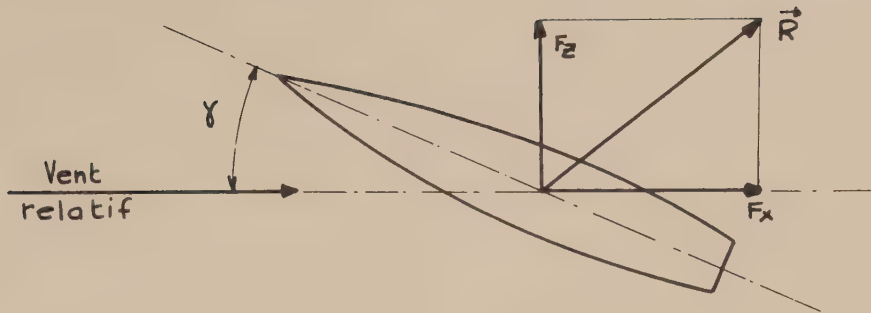


fig. 21



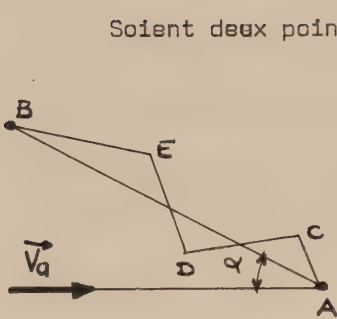
γ°	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$C_z 10^3$	0	0,108	0,162	0,244	0,344	0,362	0,288	0,1085	0	0,1455
$C_x 10^3$	0,5	0,6	0,633	0,700	0,833	1,082	1,199	1,297	1,333	1,366
γ°	100	110	120	130	140	150	160	170	180	
$C_z 10^3$	-0,235	-0,325	-0,334	-0,362	-0,29	-0,253	-0,181	-0,090	0	
$C_x 10^3$	1,333	1,233	1,133	1	0,833	0,765	0,665	0,60	0,55	

La résultante des efforts aérodynamiques sur la coque devient propulsive par vent arrière. Au contraire, par vent de bout elle s'oppose à l'avancement du navire. L'on constate que pour l'incidence 0° la traînée est plus faible que pour 180° . Cela provient du fait que l'étrave est profilée. Ce phénomène se faisant sentir pour un canot ayant un maître couple important le profilage des œuvres mortes d'un navire fin doit permettre de diminuer de façon sensible sa résistance par vent de bout.

CHAPITRE VI

PROBLEME DU LOUVOYAGE

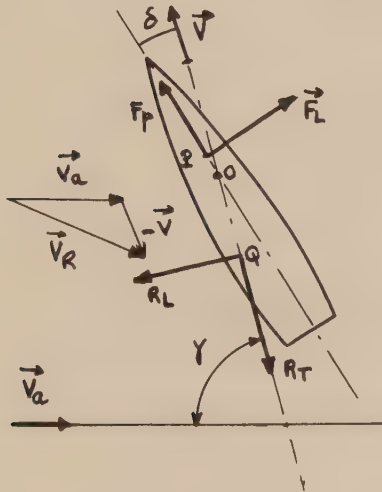
PROBLEME DU LOUVOYAGE



Soient deux points A et B tels que $\overrightarrow{AB}$ fasse un angle α avec le vent absolu $\vec{V}_a$. Si α est inférieur à une valeur α_c , dite "angle mort", il est impossible à un voilier de joindre directement AB. La route doit être décomposée en segments de droite tels que AC, CD, DE, EB.

Le fonctionnement d'un voilier dépend de ses caractéristiques aérodynamiques et hydrodynamiques. Celles-ci étant définies, nous proposerons, moyennant certaines hypothèses, une méthode permettant d'approcher le louvoyage optimal, c'est à dire la route la plus rapide pour joindre deux points.

1- NOTATIONS



Nous noterons :

- $\vec{V}_a$ Vitesse absolue du vent
- $\vec{V}$ Vitesse absolue du navire
- $\vec{V}_R$ Vitesse relative du vent
- O Centre de dérive
- δ Angle de dérive
- γ Cap par rapport à V_a
- γ' Angle du vent relatif avec l'axe du navire
- S_v Surface de voilure
- S_m Surface mouillée du navire.

Efforts hydrodynamiques	$\left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_T \text{ résistance à l'avancement} \\ \vec{R}_L \text{ poussée latérale} \end{array} \right.$
Efforts aérodynamiques	$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_P \text{ force propulsive} \\ \vec{F}_L \text{ force latérale} \end{array} \right.$

2 - HYPOTHESES

Nous supposerons:

- 2-1 La composante verticale de la résultante aérodynamique et celle de la résultante hydrodynamique faibles devant les deux autres composantes de ces forces, c'est à dire un angle de gîte et un déjaugage de la maquette très petits.
- 2-2 Nous utiliserons une carène idéalisée dont la quille devient très porteuse dès que l'angle de dérive atteint quelque degrés. Nous supposerons que pour des angles de dérive très petits sa résistance à l'avancement reste assimilable à celle qu'elle avait en traction droite.
- 2-3 Les essais de voilures en soufflerie ont montré que les caractéristiques aérodynamiques de celles-ci se modifiaient en fonction de la vitesse du vent. Nous les supposerons constantes en première approximation.

3 - EQUATIONS D'EQUILIBRE

3-1 Nous poserons:

$$C_{RT} = \frac{R_T}{1/2 \rho(H_2O) S_m V^2} \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} C_{FP} = \frac{F_P}{1/2 \rho_{(air)} S_v V_R^2} \\ C_{FL} = \frac{F_L}{1/2 \rho_{(air)} S_v V_R^2} \end{array} \right.$$

avec les hypothèses (2.1 - 2.2.- 2.3) les équations d'équilibre s'écrivent :

$$\begin{cases} C_{RT} \rho(H_2O) S_m V^2 = C_{FP} \rho_{air} S_v V_R^2 & (1) \\ C_{RL} \rho(H_2O) S_m V^2 = C_{FL} \rho_{air} S_v V_R^2 & (2) \\ C_{RL} \rho(H_2O) S_m V^2 \overline{OQ} = C_{FL} \rho_{air} S_v V_R^2 \overline{OP} & (3) \end{cases}$$

Les équations (2) et (3) sont supposées vérifiées au moyen de la quille et du gouvernail lorsque δ garde les valeurs définies au paragraphe (2.2).

3. 2. DETERMINATION DU VENT RELATIF :

La résolution du triangle des vitesses entraîne :

$$\cos \gamma = - \frac{1 - \cos^2 \gamma'}{V_a/V} \pm \frac{\cos \gamma'}{V_a/V} \sqrt{\cos^2 \gamma' - [1 + (V_a/V)^2]} \quad (4)$$

3. 3. POINTS DE FONCTIONNEMENT :

Nous aurons à résoudre simultanément :

en posant $V_a/V = u$

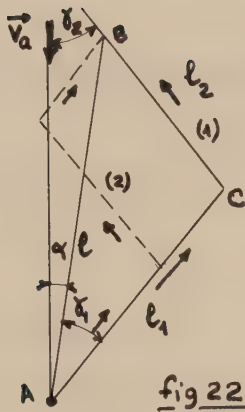
$$\begin{cases} \cos \gamma = \left\{ \frac{C_{RT} (V) \rho(H_2O) S_m}{C_{FP} \rho_{air} S_v} - (1 + (u)^2) \right\} \frac{1}{2u} & (5) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos \gamma = - \frac{1 - \cos^2 \gamma'}{u} \pm \frac{\cos \gamma'}{u} \sqrt{\cos^2 \gamma' - (1+u^2)} & (6) \end{cases}$$

(5) étant obtenue à partir de l'équation (1)

4-OPTIMISATION DES ANGLES DE LOUVOYAGE

4.1. Le trajet sera effectué avec un seul changement de cap, car si la solution retenue est la meilleure, toutes les autres peuvent en être déduites (fig.22). Cependant du point de vue pratique, si A et B sont très éloignés, on pourra préférer (2) à (1), bien que (2) introduise une perte de temps supplémentaire due à un deuxième changement de cap.



La raison réside dans le fait, qu'en s'éloignant trop du trajet en ligne droite, l'on risque de trouver des vents différents qui pourront être favorables ou non.

4. 2. CONDITIONS D'OPTIMISATION :

Le trajet AB est décomposé en AC + CB aux caps respectivement δ_1 et δ_2

Le temps total des parcours s'écrit :

$$t = \frac{1}{\sin(\delta_2 + \alpha) \cos(\delta_1 - \alpha) + \cos(\delta_2 + \alpha) \sin(\delta_1 - \alpha)} \left(\frac{\sin(\delta_2 + \alpha)}{V(\delta_1)} + \frac{\sin(\delta_1 - \alpha)}{V(\delta_2)} \right) \quad (7)$$

les conditions pour que ce temps soit minimum s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial t}{\partial \delta_1} = 0 & \text{avec} \quad \frac{\partial^2 t}{\partial \delta_1^2} > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 t}{\partial \delta_2^2} > 0 \\ \frac{\partial t}{\partial \delta_2} = 0 & \text{ainsi que} \quad \left(\frac{\partial^2 t}{\partial \delta_1 \partial \delta_2} \right)^2 < \frac{\partial^2 t}{\partial \delta_1^2} \times \frac{\partial^2 t}{\partial \delta_2^2} \end{cases} \quad (8)$$

Il vient à partir de (7) :

$$\begin{cases} \frac{\partial V(\delta_2)}{\partial \delta_2} = \frac{V^2(\delta_2)}{\sin(\delta_1 - \alpha)} \left[\frac{\cos(\delta_2 + \alpha)}{V(\delta_1)} - \frac{\sin(\delta_1 - \alpha)}{V(\delta_2)} + \frac{\sin(\delta_2 + \alpha)}{V(\delta_1)} \cotg(\delta_1 + \delta_2) \right] \\ \frac{\partial V(\delta_1)}{\partial \delta_1} = \frac{V^2(\delta_1)}{\sin(\delta_2 + \alpha)} \left[\frac{\cos(\delta_1 - \alpha)}{V(\delta_2)} - \frac{\sin(\delta_1 - \alpha)}{V(\delta_2)} + \frac{\sin(\delta_2 + \alpha)}{V(\delta_1)} \cotg(\delta_1 + \delta_2) \right] \end{cases} \quad (9)$$

- si $\alpha = 0$ AB parallèle au vent :

Le système (9) se réduit à :

$$\frac{1}{V(\delta)} \frac{\partial V(\delta)}{\partial \delta} = \left[\cotg \delta - 2 \cotg 2\delta \right] \quad (10)$$

Le trajet est alors symétrique.

5-APPLICATION A UNE MAQUETTE ETUDIEE

5. I. CARACTERISTIQUES DU NAVIRE :

Carène	longueur de la flottaison	0,7 m
	Déplacement	14,6 N
	Surface mouillée	0,1241 m ²
Voilure	Grand'voile	0,109 m ²
	Voile de foc	0,063 m ²

Le vent absolu V_a est de 1m/s.

La carène utilisée est du type Pen-Duick II. Des essais récents au Bassin des carènes de l'E.N.S.M. ont montré que cette carène vérifiait l'hypothèse 2. 2.

Les caractéristiques de la voilure et de la coque sont données par les diagrammes (23) et (24)

Le diagramme (25) obtenu par résolution graphique de (5) et (6) fixe l'équilibre du navire sous l'action des forces propulsives et résistantes.

5. 2. EXEMPLES DE TRAJETS CALCULES :

5. 2. 1. Cas où $\alpha = 0$

La résolution graphique de (10) entraîne :

$$\gamma_1 = \gamma_2 = 46^\circ$$

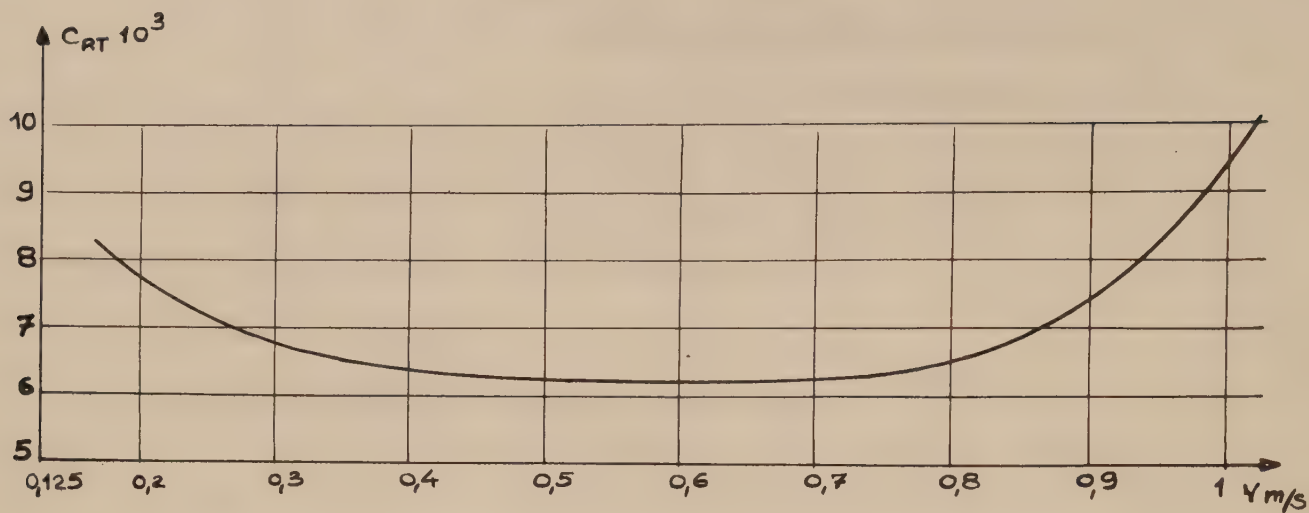
5. 2. 2. = 0,4 radian $\simeq 23^\circ$

Le système (9) est résolu graphiquement

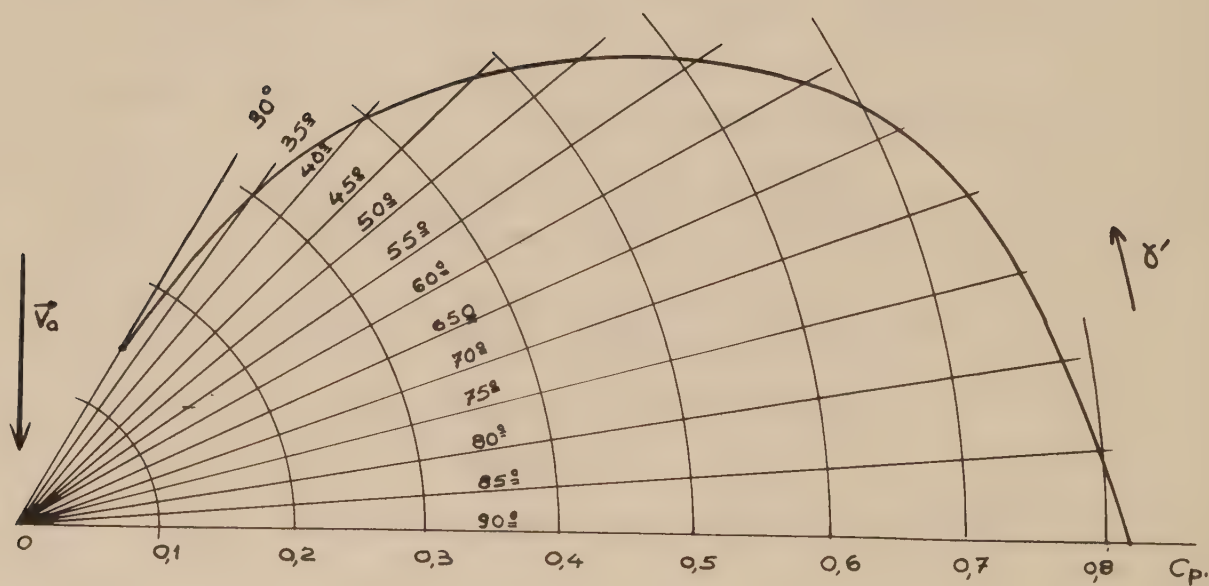
$$\gamma_1 = 52^\circ \quad \gamma_2 = 57^\circ 30'$$

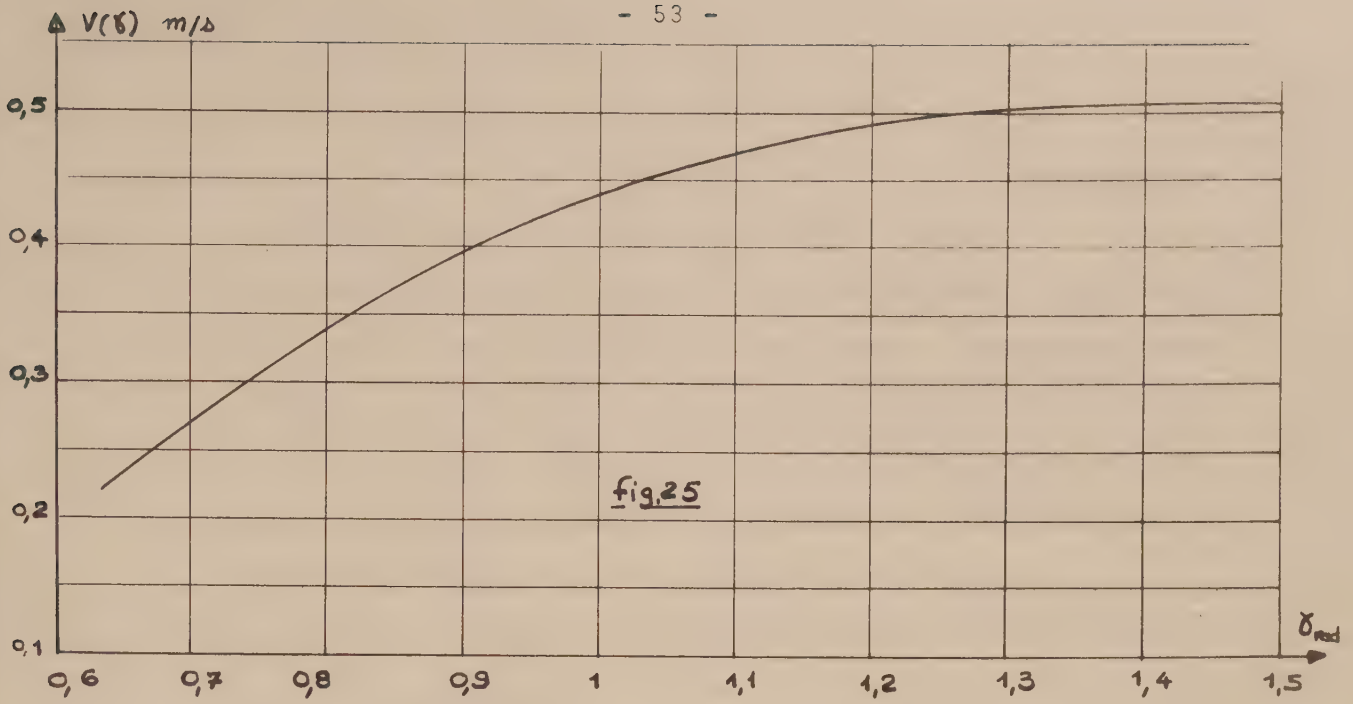
Le graphique (26) donne l'allure des deux trajets.

courbe N° 23



courbe N° 24





courbe N°

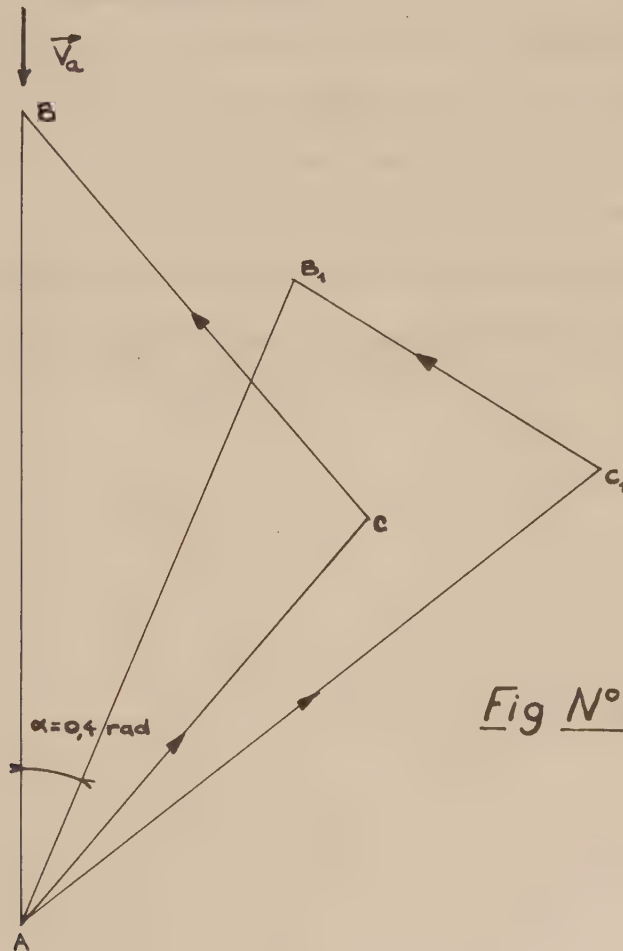


Fig N°26.

6 - CONCLUSION

Les résultats obtenus pour la maquette ne constituent qu'une approximation assez grossière de la solution. La difficulté du calcul exact réside dans l'obtention de la fonction $V(\delta)$. On pourrait envisager de prévoir de façon plus précise le comportement d'un voilier à partir de ses caractéristiques aérodynamiques et hydrodynamiques. Celles-ci, de façon simple, ne peuvent être déterminées que sur une maquette.

Nous avons mis en relief les problèmes de reproductibilité des essais et ceux relatifs à la similitude : il est très difficile d'obtenir à l'aide de tissus souples une échelle des raideurs adaptées.

Aussi, pour obtenir des résultats applicables à la navigation nous proposerons d'effectuer des essais systématiques à la mer, en vue de déterminer pour le navire les fonctions $V(\delta)$ correspondant aux diverses valeurs du vent absolu. Ces essais ne semblent pas présenter de difficulté avec des conditions atmosphériques stables.

Le faisceau de courbes $V(\delta)$ étant connu, les équations du système (9) permettent de réaliser de façon exacte l'optimisation des angles de louvoyage.

CHAPITRE 7

ETUDE LINEARISEE DES VOILES D'ENVERGURE INFINIE
EN REGIME SUBSONIQUE AVEC FROTTEMENT

ETUDE LINEARISEE DES VOILES D'ENVERGURE INFINIE EN REGIME SUBSONIQUE AVEC FROTTEMENT

Nous étudierons les voiles bidimensionnelles en fluide parfait incompressible, en tenant compte de forces de frottement réparties sur les deux faces.

La forme de la voile n'est pas connue priori. Elle est définie par l'équation d'équilibre entre les forces aérodynamiques, les tensions et les forces de frottement.

La théorie linéarisée de l'aile de Birnbaum Glauert permet de connaître la répartition des pressions sur une aile dont la pente de la ligne moyenne est donnée. Le chargement tangentiel est obtenu par la loi de frottement de Blasius.

1- RAPPEL DE LA THEORIE DES PROFILS MINCES DE BIRNBAUM GLAUERT

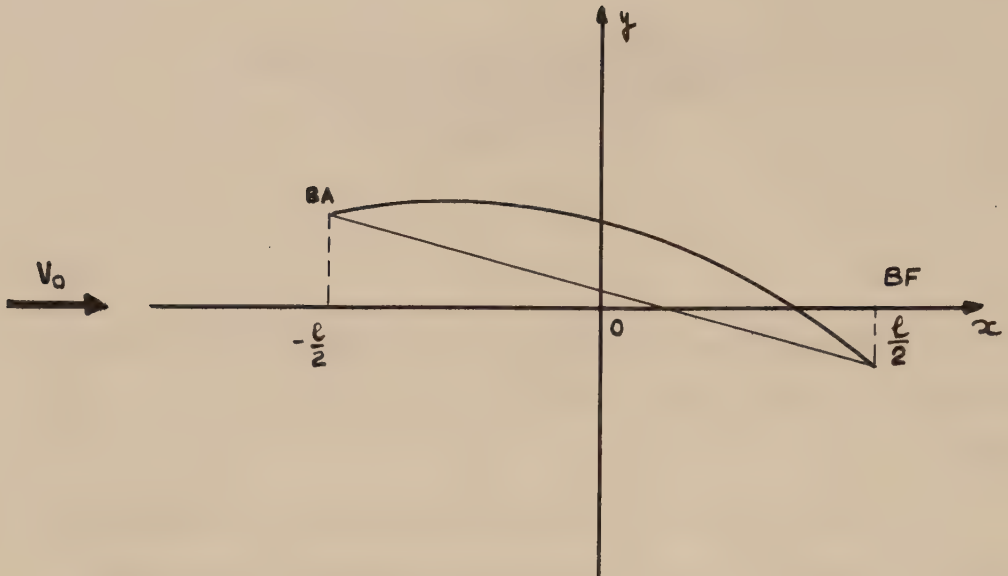
Soit un profil mince d'envergure infinie, défini par l'équation de sa ligne moyenne $y = f(x)$ et sa corde BA, BF, de longueur l , placé dans un courant uniforme de vitesse V_0 parallèle à l'axe ox .

L'écoulement est permanent, le fluide est supposé parfait, irrotationnel et incompressible.

Par hypothèse, on supposera la pente et la courbure des profils faibles, les inégalités suivantes étant alors vérifiées :

$$\frac{f(x)}{l} \ll 1 \quad \text{et} \quad \frac{dy}{dx} \ll 1$$

Les quantités relatives à l'intrados et l'extrados porteront respectivement les indices (-) et (+).



I. I. POTENTIEL DES VITESSES

Les axes oxy étant fixes, nous noterons $\phi(x,y)$ le potentiel du mouvement absolu. Il peut s'écrire :

$$\phi(x,y) = V_0 x + \psi(x,y). \quad (1)$$

$\psi(x,y)$ est le potentiel du champ de dérangement.

En tout point les vitesses s'expriment par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \phi}{\partial x} = V_0 + \frac{\partial \psi}{\partial x} \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \end{array} \right. \quad (3)$$

La courbure et la pente du profil étant faibles, nous supposons

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} \ll V_0 \text{ et } \frac{\partial \psi}{\partial y} \ll V_0$$

Nous noterons

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \frac{\partial \psi}{\partial x} \\ v = \frac{\partial \psi}{\partial y} \end{array} \right.$$

u et v sont les vitesses de perturbation.

1.2. CONDITIONS AUX LIMITES IMPOSEES AU POTENTIEL

1.2.1. Conditions de glissement :

En un point courant du profil, le vecteur vitesse est tangent à la ligne moyenne :

$$\frac{v}{V_0+u} = \frac{dy}{dx} \quad (4)$$

puisque $V_0 \gg u$ nous écrirons, en négligeant les termes du second ordre.

$$v(x,y) \approx V_0 \frac{dy}{dx} \quad (4')$$

C'est à dire que sur le profil $v(x,y)$ reste peu différente de la composante normale au profil de V_0

$v(x,y)$ peut être développée en série à l'aide de la formule de Mac-Laurin

$$v(x, f(x)) = v(x,0) + \frac{\delta v(x,0)}{\delta y} f(x) + \frac{\delta^2 v(x,0)}{\delta^2 y} \frac{f^2(x)}{2!} \dots \quad (5)$$

$f(x)$ et $\frac{\delta v}{\delta x}$ étant des infiniment petits du second ordre au moins :

$$v(x, f(x)) \approx v(x,0) \quad (6)$$

L'approximation admise consiste à exprimer les conditions aux limites du profil sur sa projection sur l'axe ox .

La condition de glissement doit être vérifiée sur les deux faces de l'aile, donc la continuité de la composante normale de la vitesse doit être assurée à la traversée du profil.

$$\text{soit } v^+ = v^-$$

et comme l'aile est une ligne de discontinuité de vitesse, la composante tangentielle est discontinue

$$u^+ \neq u^-$$

Il en résulte pour le potentiel du champ de dérangement les relations suivantes :

$$\varphi^+(x,0) = \varphi^-(x,0)$$

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)_{y=0} = V_0 \frac{dy}{dx} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial \varphi^+}{\partial y} = \frac{\partial \varphi^-}{\partial y}\right)_{y=0}$$

1.2.2. Pour respecter la condition de Joukowsky, la vitesse doit être finie au bord de fuite. Elle sera en général infinie au bord d'attaque car le courant contourne celui-ci dans la plupart des cas.

I. 3. SCHEMA TOURBILLONNAIRE DU PROFIL

On peut substituer à l'aile une surface de tourbillons fictifs répartis avec la densité $\gamma(\xi)$ sur la ligne moyenne, leur axe étant perpendiculaire à celle-ci. Ces tourbillons devront, en tout point, induire une vitesse égale à la vitesse de perturbation.

La continuité de la composante normale est assurée. La composante tangentielle prend des valeurs différentes u^+ sur l'extrados, u^- sur l'intrados. Il existe autour du profil une circulation du vecteur vitesse dont la valeur élémentaire, pour un élément de profil de longueur ds s'écrit :

$$d\Gamma(\xi) = \gamma(\xi) ds \neq \gamma(\xi) d\xi \quad -\frac{1}{2} \leq \xi \leq \frac{1}{2} \quad (8)$$

en admettant les conditions de linéarisation de (2,1).

La circulation élémentaire peut encore s'écrire :

$$d\Gamma(x) = -u^+ dx + u^- dx = -(u^+ - u^-) dx \quad (9)$$

En un point courant de la corde, l'intensité tourbillonnaire est définie par :

$$\gamma = -(u^+ - u^-) \quad (9')$$

I. 4. DETERMINATION DE LA VITESSE COMPLEXE :

Soit le plan complexe $z = x + i y$. Nous considérerons le potentiel complexe $f(z) = \varphi + i \psi$ où $\varphi(x,y)$ est le potentiel du champ de dérangement et $\psi(x,y)$ la fonction courant correspondante.

$$f(z) = \frac{-i}{2\pi} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \text{Log}(z - \xi) \gamma(\xi) d\xi \quad (10)$$

La vitesse complexe s'écrit :

$$W(z) = \frac{df}{dz} = u - iv = \frac{-i}{2} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{\gamma(\xi) d\xi}{z - \xi} \quad (11)$$

Ce qui fait apparaître que (1.2) la composante u est impaire en y et que, comme on l'a déjà constaté, la composante v est paire en y .

Sur le profil en un point M d'abscisse x :

$$\begin{cases} u^+ = -\frac{1}{2} \gamma(x) \\ u^- = \frac{1}{2} \gamma(x) \end{cases} \quad (12)$$

$$v^+ = v^- = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{\gamma(\xi) d\xi}{x - \xi} \quad (13)$$

L'Intégrale étant prise au sens de Cauchy.

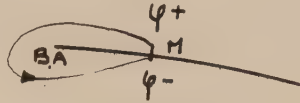
Il en résulte que le potentiel du champ de dérangement est impair en y .

$$\varphi^+ = -\varphi^- \quad (14)$$

La circulation créée par le profil s'écrit :

$$\Gamma(x) = \varphi^-(x) - \varphi^+(x) \quad (15)$$

en partant d'un point M d'abscisse x sur l'extrados et en revenant au même point M sur l'intrados après avoir contourné le bord d'attaque :



A partir du bord de fuite φ conserve des valeurs telles que l'on ait

$$\varphi^+(x) = -\varphi^-(x) = -\frac{\Gamma}{2}; \quad \frac{1}{2} \ll x < \infty \quad (16)$$

étant la circulation autour du profil.

I. 5. RESOLUTION DU PROBLEME :

Nous sommes en présence d'un problème aux limites pour le segment - $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$. Les conditions sont à respecter pour les deux faces.

La transformation de Joukowski permet de faire correspondre au segment - $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$, dans le plan transformé (Z), l'extérieur d'un cercle $|Z| = 1$

elle s'écrit :

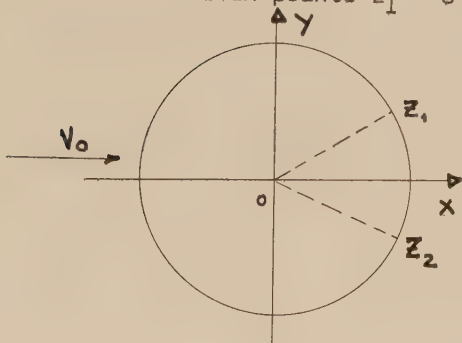
$$z = \frac{1}{4} \left(Z + \frac{1}{Z} \right) \quad (17)$$

Deux points $Z_1 = e^{i\theta}$ et $Z_2 = e^{-i\theta}$ sont les transformés du même point du plan z défini par :

$$x = \frac{1}{2} \cos \theta \quad (18)$$

on distinguera :

pour $0 \leq \theta \leq \pi$ les points de l'extrados
et pour $\pi \leq \theta \leq 2\pi$ les points de l'intrados.



Dans le plan (Z) la vitesse complexe W(Z) est régulière à l'extérieur du cercle $|Z| = 1$. Lorsque $|Z| \rightarrow \infty$ elle tend vers 0.

Elle est développable en série à l'extérieur du cercle sous la forme.

$$W(z) = \frac{A_1}{z} + \frac{A_2}{z^2} + \dots + \frac{A_n}{z^n} + \dots \quad (19)$$

Dans le plan Z elle prend la forme $\frac{1}{1+Z}$

Avec la variable nous écrirons donc le développement en série :

$$W(Z) = u - iv = -\frac{i V_0}{2} \left[\frac{a_0}{1+Z} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{Z^n} \right] \quad (19')$$

où les a_n sont des coefficients réels.

Sur le cercle $|Z| = 1$ On aura :

$$\begin{cases} u = -V_0 \left[\frac{a_0}{2} \frac{\sin \theta}{1+\cos \theta} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\theta \right] \\ v = V_0 \left[\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\theta \right] \end{cases} \quad (20)$$

$$(21)$$

La condition de glissement entraîne :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\theta \quad (22)$$

Les coefficients a_n sont ceux du développement en série trigonométrique de cosinus de $\frac{dy}{dx}$

I. 6. EXPRESSION DES EFFORTS SUR LE PROFIL :

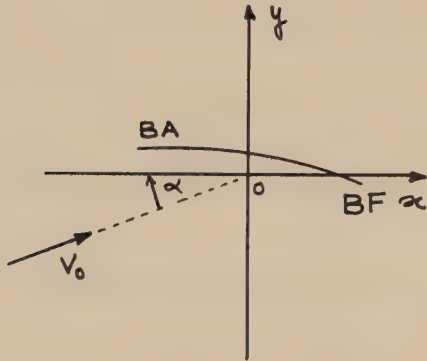
L'application du théorème de Bernoulli entre l'infini et un point du profil situé sur l'intrados puis sur l'extrados entraîne :

$$p^+ - p^- = -\rho V_0 (u^+ - u^-) = -2\rho V_0 u^+ = \rho V_0 \delta \quad (23)$$

C'est à dire à l'aide de (20)

$$\frac{p^+ - p^-}{\frac{1}{2} \rho V_0^2} = 4 \left[\frac{a_0}{2} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\theta \right] \quad (24)$$

I. 7. INFLUENCE DE L'INCIDENCE DU PROFIL :



Si l'on fait tourner la vitesse relative V_0 d'un angle α petit, repéré dans le sens indiqué par la figure, nous aurons :

$$\operatorname{tg} \alpha \simeq \alpha$$

La pente locale, par rapport au vent relatif sur la direction duquel nous avons linéarisé le problème, se trouve diminuée partout de $\operatorname{tg} \alpha \simeq \alpha$.

Dans le développement en série trigonométrique (20) de la composante u de la vitesse de perturbation, et avec les hypothèses admises en 1.1.), seul le terme $\frac{a_0}{2}$ se trouve modifié, il devient $(\frac{a_0}{2} - \alpha)$:

u s'écrit alors :

$$u = -V_0 \left[\left(\frac{a_0}{2} - \alpha \right) \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\theta \right] \quad (20')$$

La différence de pression entre l'extrados et l'intrados devient :

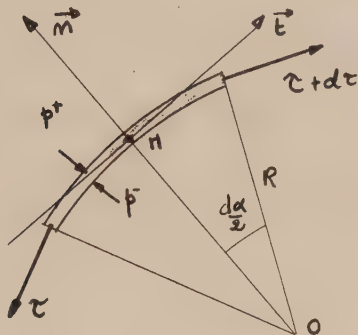
$$\frac{p^+ - p^-}{\frac{1}{2} \rho V_0^2} = 4 \left[\left(\frac{a_0}{2} - \alpha \right) \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\theta \right] \quad (25)$$

2-EQUATION D'EQUILIBRE D'UN PROFIL DEFORMABLE

Nous supposons le profil cylindrique, inextensible et sans raideur à la flexion.

2. 1. SOUS L'ACTION D'UN CHARGEMENT NORMAL :

En un point courant M d'une section droite isolons un élément de



longueur ds , soit O le centre de courbure de cet élément et R son rayon de courbure, nous aurons :

$$ds = R d\alpha$$

Les équations d'équilibre en projection sur la normale et sur la tangente au profil se réduisent à :

$$\left\{ \begin{array}{l} - p(x,y) R d\alpha = 2 \frac{\tau d\alpha}{2} + \frac{d\tau d\alpha}{2} \end{array} \right. \quad (26)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau d\alpha = \tau d\alpha + d\tau d\alpha \end{array} \right. \quad (27)$$

Si le problème est linéarisable, sa courbure est très faible $d\alpha$ est un infiniment petit du second ordre au moins (27) s'écrit : $d\tau d\alpha$ devenant négligeable devant $\tau d\alpha$

$$\tau = \text{cste} \quad (27')$$

tandis que (26) donne :

$$\tau = \Delta p \times P \quad (26')$$

$$P = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''}$$

la pente du profil étant supposée petite devant 1.

$$\tau = - \Delta p / \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (28)$$

2. 2. INFLUENCE DES FORCES TANGENTIELLES REPARTIES :

2. 2. 1. Nous supposons les forces tangentielles réparties sur une section droite de l'aile équivalente à un fil souple. Leur densité est fonction de l'abscisse curviligne (s) du point considéré. Soit $f(s)$ cette densité.

La force élémentaire étant portée par la tangente, les équations d'équilibre, respectivement sur la normale et la tangente du fil, pour un élément de longueur ds deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} -\Delta p (x,y) R d\alpha = 2 \tau \frac{d\alpha}{2} + \frac{d\tau d\alpha}{2} \end{array} \right. \quad (29)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau (1 - \frac{\alpha^2}{8}) - f(s) R d\alpha = (\tau + d\tau) (1 - \frac{\alpha^2}{8}) \end{array} \right. \quad (30)$$

Soit pour le système après élimination des termes d'ordre supérieur.

$$\left\{ \begin{array}{l} -\Delta p (x,y) R = \tau \end{array} \right. \quad (29')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -f(s) R d\alpha = d\tau \end{array} \right. \quad (30')$$

Comme nous avons supposé le profil de pente et de courbure faibles et que les conditions aux limites aérodynamiques sont traduites sur la corde de la voile, on peut confondre l'abscisse curvilique d'un point M avec l'abscisse de sa projection sur la corde (30') devient :

$$\frac{d\tau}{d\xi} = -f(\xi) \quad (30'')$$

$$\text{et le système s'écrit} \quad \left\{ \begin{array}{l} \tau = - \frac{\Delta p}{\frac{d^2 y}{d\xi^2}} \end{array} \right. \quad (31)$$

$$\frac{d\tau}{d\xi} = -f(\xi) \quad (32)$$

2. 2. 2. Loi de frottement :

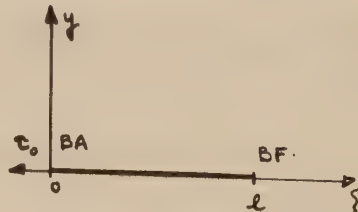
Nous avons retenu la loi de Blasius pour obtenir le coefficient de frottement local C_f en fonction du nombre de Reynolds au point considéré

$$Re = \frac{V_o \xi}{\nu}$$

V_o = Vitesse incidente

ν = Viscosité du fluide

Pour le calcul des forces de



frottement, nous négligerons les vitesses de perturbation devant la vitesse du courant incident V_o .

$$C_f = \frac{f(\xi)}{1/2 \rho V_0^2} = 0,664 \sqrt{\frac{1}{Re(\xi)}} \quad (33)$$

pour une face d'une bande de largeur unité.

$$\tau(\xi) = \tau_0 - 1,328 \rho V_0^2 \sqrt{\frac{\nu \xi}{V_0}}$$

τ_0 étant la tension au bord d'attaque.

d'où l'équation d'équilibre du profil :

$$\tau_0 - 1,328 \rho V_0^2 \sqrt{\frac{\nu \xi}{V_0}} = -\cancel{(p^+ - p^-)} \frac{d^2 y}{dx^2}$$

et avec le système d'axes choisi en (I) et le changement de variable :

$$x = \frac{1}{2} \cos \theta \quad (18)$$

$$\tau_0 - 1,328 \rho V_0^2 \sqrt{\frac{\nu \frac{1}{2} (1 + \cos \theta)}{V_0}} = -\Delta p \frac{d^2 y}{dx^2}$$

Posons $\lambda_0 = \frac{\tau_0}{1/2 \rho V_0^2}$ (33)

et $\beta = 2,656 \sqrt{\frac{\nu}{V_0}}$ (34)

$$\frac{p^+ - p^-}{1/2 \rho V_0^2} = -\left(\lambda_0 - \beta \cos \frac{\theta}{2}\right) \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (35)$$

Relation qui traduit l'équilibre mécanique de la voile.

3.-DETERMINATION DE LA FORME DE LA VOILE :

3. I. EQUILIBRE SOUS L'ACTION DES EFFORTS AERODYNAMIQUES :

Les équations (25) et (35) expriment, l'une la différence de pression entre les deux faces d'un profil dont la ligne moyenne est définie en fonction des coefficients de Fourier de sa dérivée, l'autre l'équilibre mécanique d'un profil sous un chargement donné. L'élimination des pressions entre ces deux équations permet d'obtenir la condition d'équilibre de la voile.

Par dérivation de (22) nous aurons :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d}{d\theta} \left[\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\theta \right] \times \frac{d\theta}{dx} \quad \text{avec } x = \frac{1}{2} \cos \theta$$

La condition d'équilibre s'écrit :

$$2 \sin \theta \left[\left(\frac{a_0}{2} - \alpha \right) \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\theta \right] - \left(\lambda_0 - \beta \cos \frac{\theta}{2} \right) \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \sin n\theta = 0 \quad (36)$$

Puisque $\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{\sin \theta}$

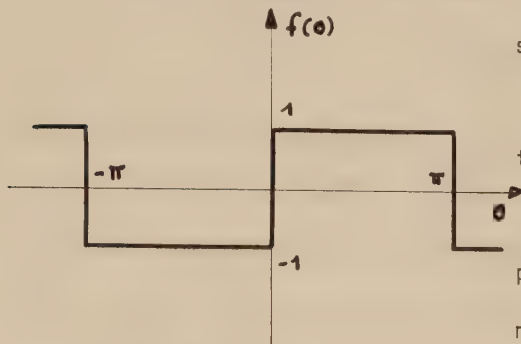
(36) devient :

$$\left(\lambda_0 - \beta \cos \frac{\theta}{2} \right) \sum_{n=1}^{\infty} n a_n \sin n\theta + 2 \left(\alpha - \frac{a_0}{2} \right) - 2 \left(\alpha - \frac{a_0}{2} \right) \cos \theta - 2 \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\theta \sin \theta = 0$$

3.2. L'EQUATION D'EQUILIBRE EST EQUIVALENTE A UN SYSTEME LINEAIRE :

Nous transformerons (36') de façon à la ramener sous la forme d'une série de Sinus de l'angle θ et de ses multiples. Les coefficients de cette série sont des séries numériques.

3.2.1. Dans l'intervalle $0 \leq \theta \leq \pi$ 1 peut être développé en



série de Fourier.

La période est 2π . La pulsa-

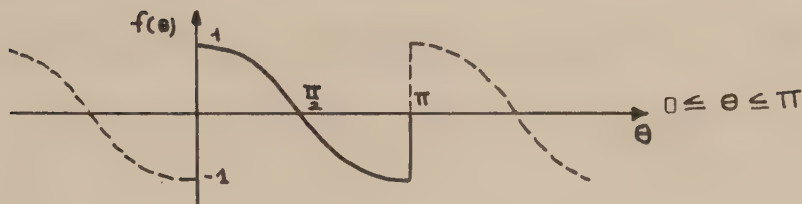
tion ω est $\omega = 1$ radian/seconde.

La fonction est impaire par rapport à la demi-période. Son développement s'écrit :

$$1 = \frac{2}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^p}{p} \sin p\theta \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad (37)$$

3.2.2. Pour $0 \leq \theta \leq \pi$ $\cos \theta$ se développe suivant une série de Sinus pairs.

$$\cos \theta = \frac{8}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{m}{4m^2 - 1} \sin 2m\theta$$



3. 2. 3. La fonction $\cos \frac{\theta}{2} \sin n\theta$ quelquesoit n , dans le domaine $(-\pi \leq \theta \leq \pi)$ est développable en série de Sinus.

La fonction étant impaire par rapport à la demi-période.

La période est $T = 2\pi$

La pulsation $\omega = 1$

Le développement s'écrit :

$$\cos \frac{\theta}{2} \sin n\theta = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2n}{\pi} (-1)^{n+k} \left\{ \frac{1}{(2k+1)^2 - 4n^2} - \frac{1}{(2k-1)^2 - 4n^2} \right\} \sin k\theta \quad (39)$$

$$\text{avec } b_{kn} = \frac{2n}{\pi} (-1)^{n+k} \left\{ \frac{1}{(2k+1)^2 - 4n^2} - \frac{1}{(2k-1)^2 - 4n^2} \right\}$$

3. 2. 4. Sur l'intervalle $0 \leq \theta \leq \pi$ la fonction $\sin \theta \sin n\theta$ peut être remplacée par :

$$\sin \theta \sin n\theta = \sum_{j=1}^{\infty} C_{jn} \sin j\theta \quad (40)$$

avec $0 \leq \theta \leq \pi$

$$\text{et } \begin{cases} C_{jn} = \frac{-8jn}{\pi((j+n)^2 - 1)((j-n)^2 - 1)} & \text{Si } (j+n) \text{ est pair} \\ C_{jn} = 0 & \text{Si } (j+n) \text{ est impair} \end{cases}$$

3. 2. 5. Système linéaire

En reportant les valeurs calculées par les relations (37), (38) (39), (40) dans l'équation (36) il vient :

$$(41) \left\{ \begin{array}{l} (\lambda_0 - 2C_{11} - \beta b_{11})a_1 - 2\beta b_{12} a_2 - (2C_{13} + 3\beta b_{13})a_3 \dots = -\frac{8}{\pi}(\alpha - \frac{a_0}{2}) \\ -(\frac{\beta}{2} b_{21})a_1 + (\lambda_0 - C_{22} - \beta b_{22})a_2 - (\frac{3\beta}{2} b_{23})a_3 \dots = +\frac{8}{3\pi}(\alpha - \frac{a_0}{2}) \\ -(\frac{2}{3} C_{31} + \frac{\beta}{3} b_{31})a_1 - (\frac{2}{3} \beta b_{22})a_2 + (\lambda_0 - \frac{2}{3} C_{33} - \beta b_{33})a_3 \dots = -\frac{8}{9\pi}(\alpha - \frac{a_0}{2}) \\ \dots \end{array} \right.$$

Nous l'écrivons sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \lambda_0 - d_{11} & & \\ & \lambda_0 - d_{22} & \\ & & \ddots \\ & & & \lambda_0 - d_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ \vdots \\ a_{nn} \end{bmatrix} = (\alpha - \frac{a_0}{2}) \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_m \end{bmatrix} \quad (41')$$

$$\text{Soit } [\lambda_0 [I] - [D]] [A] = (\alpha - \frac{a_0}{2}) [L] \quad (42)$$

Si $[I]$ désigne la matrice (n,n) unitaire.

3.3. DISCUSSION DE L'EXISTENCE DES SOLUTIONS :

3.3.1. Cas où $\beta = 0$

Nous retrouvons les deux systèmes d'équations déterminant l'un les sinus pairs, l'autre les sinus impairs comme en référence (5).

3.3.2. $(\alpha - \frac{a_0}{2}) \neq 0$ $\beta \neq 0$

3.3.2.1. Si $\det [\lambda_0 [I] - [D]] = 0$ il n'y a pas de solution

3. 3. 2. 2. Si $\det [\lambda_0 [I] - [D]] \neq 0$ il y a solution

$$\underline{3. 3. 3. (\alpha - \frac{a_0}{2}) = 0 \quad \beta \neq 0}$$

3. 3. 3. 1. Si $\det [\lambda_0 [I] - [D]] \neq 0$ Solution banale
tous les a_n sont identiquement nuls.

3. 3. 3. 2. Si $\det [\lambda_0 [I] - [D]] = 0$ il y a solution

Dans ce cas, à toute valeur de a_n solution on peut associer son opposé qui devient instable et du point de vue pratique l'on observera une courbe battante entre ces deux solutions.

Etudier la régularité de $[\lambda_0 [I] - [D]]$ revient à chercher les valeurs propres de $[D]$. Elles sont au nombre de n et toutes positives. Nous nous limiterons au calcul de la plus grande, les autres correspondant à des modes pour lesquels les hypothèses de linéarisation du potentiel des vitesses ne sont plus vérifiées.

4-DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DE LA VOILE

4. I. DEFORMEE :

L'intégration de l'équation (2) donne :

$$y(x) = \int_{\frac{1}{2}}^x \frac{dy}{dx} dx = \frac{a_0}{2} (x + \frac{1}{2}) - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_{\pi}^0 \cos n\theta \sin \theta d\theta \quad (43)$$

Dans cette relation les a_n ne sont pas connus directement, mais sous la forme $\frac{a_n}{\alpha - \frac{a_0}{2}}$ que donne la résolution du système (41).

Sous cette forme, l'angle α est arbitraire puisqu'il fixe simplement l'orientation de la vitesse par rapport au repère oxy. Pour le calcul le plus simple n'est pas de déterminer α pour que par exemple la corde

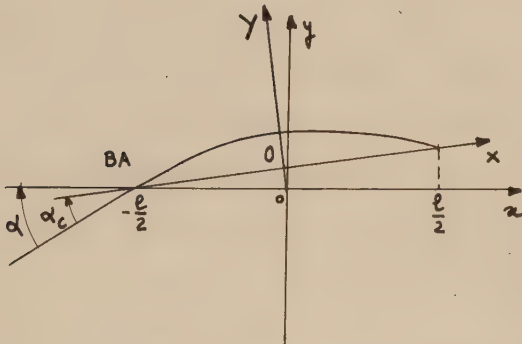
soit parallèle à ox mais de donner une valeur arbitraire à a_0 et d'utiliser α comme paramètre intermédiaire. Nous prendrons $a_0 = 0$

Ce qui conduit à :

$$\frac{1}{\alpha} \frac{y(\theta)}{l} = -\frac{1}{4} \left(\frac{a_1}{\alpha} \right) \sin^2 \theta - \frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_n}{\alpha} \right) \left[\frac{\cos(n-1)\theta}{2(n-1)} - \frac{\cos(n+1)\theta}{2(n+1)} + \frac{(-1)^n}{n^2-1} \right]$$

Les a_n étant maintenant sous la forme $\frac{a_n}{\alpha}$, pour $\theta = 0$ nous déduisons de cette relation l'ordonnée du bord de fuite et de là le rapport $\frac{\alpha_c}{\alpha}$

$$\frac{\alpha_c}{\alpha} = 1 - \sum_{\substack{n \\ n \text{ pair} \neq 0}} \frac{a_n}{\alpha} \left(\frac{1}{1-n^2} \right) \quad (44)$$



Comme nous cherchons à exprimer les ordonnées par rapport à la corde, nous écrirons compte-tenu des hypothèses de linéarisation

$$Y(M) = y(M) - (\alpha - \alpha_c).x(M) \quad (45)$$

Soit en définitive :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha} \frac{Y(\theta)}{l} = & -\left(\frac{\cos \theta}{2} + \frac{1}{2} \right) \left(1 - \frac{\alpha_c}{\alpha} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{a_1}{\alpha} \right) \sin^2 \theta \\ & - \frac{1}{2} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_n}{\alpha} \right) \left[\frac{\cos(n-1)\theta}{2(n-1)} - \frac{\cos(n+1)\theta}{2(n+1)} + \frac{(-1)^n}{n^2-1} \right] \end{aligned} \quad (46)$$

4. 2. CALCUL DU PARAMETRE DE TENSION :

La déformée déterminée en 4.1 doit avoir une longueur correspondant au profil étudié, à toute incidence α_c il correspond une longueur L de la ligne moyenne

$$\text{Soit } \mathcal{P} = \frac{L + l}{l} \quad (47)$$

$$\text{avec } \begin{cases} l = \text{corde} \\ L = \text{Longueur du profil} \end{cases}$$

Le paramètre caractérisant la longueur du profil, nous écrirons :

$$L = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{ds}{dx} dx \quad (48)$$

ds étant l'élément d'abscisse curviligne sur la voile.

avec les conditions de linéarisation posées en 1.1. elle devient :

$$L = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \approx 1 + \frac{1}{2} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx \quad (48')$$

Elevons au carré le développement en série de $\frac{dy}{dx}$ et intégrons terme à terme :

$$\begin{aligned} \mathcal{P} = & \frac{a_0^2}{8} + \frac{a_0}{2} \sum_{n \text{ pair} \neq 0} a_n \left(\frac{1}{1-n^2} \right) + \frac{1}{2} \sum_1^{\infty} a_n^2 \left(\frac{1-2n^2}{1-4n^2} \right) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} a_n \cdot a_{n+2p} \left[\frac{1}{1-4(n+p)^2} + \frac{1}{1-4p^2} \right] \end{aligned} \quad (49)$$

et avec le changement d'axes défini en 4. 1. et $a_0 = 0$

$$\frac{\mathcal{P}}{\alpha^2} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^2}{\alpha^2} \frac{1-2n^2}{1-4n^2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{a_n}{\alpha} \frac{a_{n+2p}}{\alpha} \left[\frac{1}{1-4(n+p)^2} + \frac{1}{1-4p^2} \right] \quad (50)$$

4. 3. CALCUL DU CHAMP DE PRESSIONS SUR L'AILE :

La relation (24) devient :

$$\begin{aligned} \frac{p^+ - p^-}{\frac{1}{2} \rho V_0^2} &= 4 \left(\frac{a_0}{2} - \alpha \right) \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\theta \\ \frac{1}{\alpha} \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho V_0^2} &= 4 \left[\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\alpha} \sin n\theta \right] \end{aligned} \quad (51)$$

4. 4. EXPRESSION DU COEFFICIENT DE PORTANCE :

Le coefficient de portance C_p est défini de la manière habituelle

$$C_p = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho S V_0^2}$$

P. étant la composante de la résultante dans la direction perpendiculaire au vent.

$$P \neq \tau_0 \left\{ \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=-\frac{1}{2}} - \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=\frac{1}{2}} \right\} - \frac{1}{2} \rho V_0^2 \lambda \beta \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \quad (53)$$

$$C_p \neq \lambda_0 \left\{ \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=-\frac{1}{2}} - \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=\frac{1}{2}} \right\} - \beta \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \quad (54)$$

Le changement de variable précédent nous donne $\frac{dy}{dx}$

$$\frac{1}{\alpha} \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=-\frac{1}{2}} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{\alpha} \right) (-1)^n - 1 + \frac{\alpha_c}{\alpha} \quad (55)$$

$$\frac{1}{\alpha} \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=\frac{1}{2}} = - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{\alpha} \right) + 1 - \frac{\alpha_c}{\alpha} \quad (56)$$

avec (46) $\frac{\alpha_c}{\alpha} = 1 - \sum_{n \text{ pair} \neq 0} \frac{a_n}{\alpha} \left(\frac{1}{1-n^2} \right)$

$$\frac{C_p}{\alpha_c} = \lambda_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{a_n}{\alpha} (-1)^n - 1 + \frac{\alpha_c}{\alpha} - \left(\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{\alpha} \right) - 1 + \frac{\alpha_c}{\alpha} \right) (1 - \beta) \right] \frac{\alpha_c}{\alpha} \quad (57)$$

4. 5. CALCUL DU COEFFICIENT DE MOMENT :

Nous le noterons C_m défini par la relation :

$$C_m = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho S V_0^2 \lambda} \quad (58)$$

M est le moment de la résultante aérodynamique pris par rapport au bord d'attaque.

Il vient en exprimant M en fonction des tensions :

$$\frac{C_m}{\alpha_c} = -\lambda_0 \left[- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{\alpha} + 2 + 2 \frac{\alpha_c}{\alpha} \right] (1 - \beta) \frac{\alpha}{\alpha_c} \quad (59)$$

5- RESULTATS NUMERIQUES

La résolution numérique du problème a été effectuée sur l'ordinateur I.B.M. 650 du Centre de Calcul Scientifique de l'E.N.S.M.

Le système (41) est limité à un système de 20 équations à 20 inconnues $1 \leq n \leq 20$ pour les 3 nombres de Reynolds 10^4 , 10^5 , 10^6 .

Les plus grandes valeurs de λ_0 qui annulent $\det[\lambda_0 [I] - [D]]$ sont :

Re	10^4	10^5	10^6
λ_0	0,734	0,729	0,726

Les tableaux suivants donnent les caractéristiques sans dimension des voiles étudiées.

5. I. EVOLUTION DES CARACTERISTIQUES D'UNE VOILE EN FONCTION DE L'INCIDENCE

Dans le but d'illustrer les résultats précédents qui permettent de déterminer les caractéristiques théoriques des voiles linéarisables avec frottement et de faire une comparaison directe avec la théorie sans frottement ; nous avons étudié dans les deux cas une voile définie par $\mathcal{P} = 0,21$ et au nombre Reynolds $Re = 10^4$.

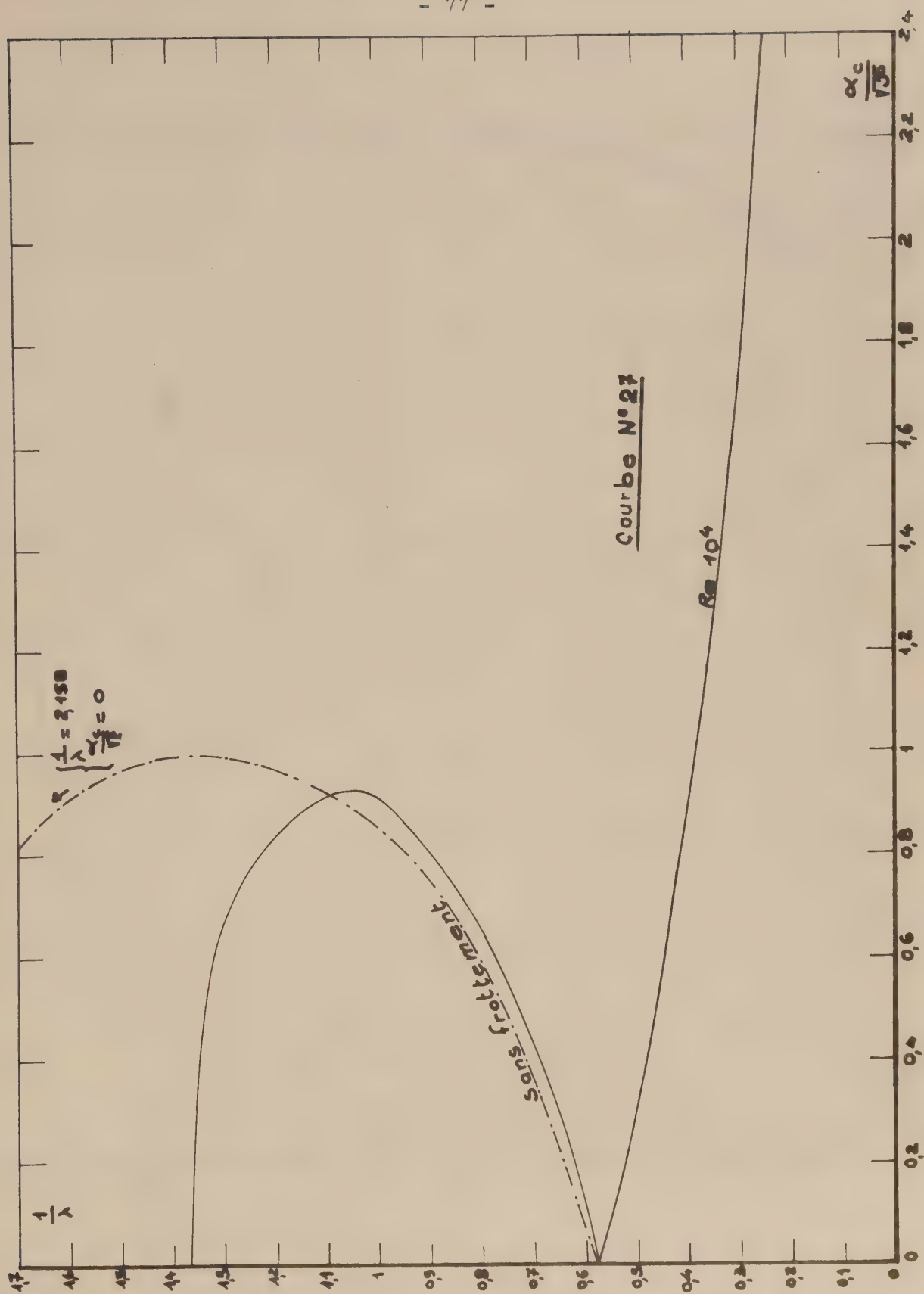
Les courbes ci après permettent de visualiser le comportement de cette voile :

- On notera les modifications apportées par le frottement en particulier sur les pentes théoriques au bord d'attaque et au bord de fuite (courbe n°32. Il en résulte une augmentation sensible de la portance. La courbe $C_p (\alpha_c)$ gar-

Caractéristiques des voiles d'envergure infinie										Re 10 ⁴
λ_0	$\frac{\alpha_c}{\alpha}$	$\frac{\alpha_c}{\sqrt{P}}$	B.F $\frac{1}{\alpha} \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=0}$	B.A $\frac{1}{\alpha} \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=\frac{1}{2}}$	$\frac{C_p}{\alpha_c}$	$\frac{C_m}{\alpha_c}$	$\frac{BA_0}{l}$			
0,75	15,5590	0,6345	-21,5527	21,1162	-0,06489	-1,0021	15,4430			
0,80	4,4848	0,7695	-6,2328	5,1099	-0,12742	-1,0749	8,4358			
0,85	3,0239	0,8637	-4,4309	2,6846	-0,42944	-1,2065	2,8094			
0,90	2,4422	0,9156	-3,8554	1,5245	-0,80851	-1,3788	1,7053			
1	1,9292	0,9146	-3,6288	0,1483	-1,77649	-1,8310	1,03068			
1,2	1,5540	0,7039	-4,3792	-1,8813	-4,86886	-3,3067	0,6791			
1,4	1,3993	0,4331	-6,6883	-4,7762	-11,63229	-6,5647	0,5643			
1,6	1,3164	0,1709	-16,1733	-14,6027	-38,06088	-19,3313	0,507904			
1,8	1,2451	0,07614	34,5225	35,8068	103,64965	+49,1716	0,4744			
2	1,2153	0,3110	8,2635	9,4016	29,67171	13,4185	0,4522			
3	1,1248	1,3893	1,7087	2,4061	11,23230	4,5169	0,4021			
4	1,0878	2,4027	0,9527	1,4565	9,07551	3,4799	0,3834			
6	1,0552	4,3744	0,5059	0,8303	7,78987	2,8638	0,3676			
8	1,0402	6,3214	0,3445	0,5839	7,32279	2,6407	0,3606			
10	1,0316	8,2592	0,2611	0,4509	7,08105	2,5243	0,3565			
15	1,0206	13,0889	0,1627	0,2878	6,79486	2,3870	0,3516			

Caractéristiques des voiles d'envergure infinie							Re = 10 ⁵
λ_0	$\frac{\alpha_c}{\alpha}$	$\frac{\alpha_c}{V_P}$	B.F $\frac{1}{\alpha} \left(\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2} \right)$	B.A $\frac{1}{\alpha} \left(\frac{dy}{dx} + \frac{1}{2} \right)$	$\frac{C_D}{\alpha_c}$	$\frac{C_m}{\alpha_c}$	$\frac{BA.0}{1}$
0,75	11,43992	0,65271	-15,7901	15,2812	-0,07689	-1,0236	13,3125
0,80	4,20535	0,78235	-5,8774	4,6775	-0,16476	-1,1063	6,7146
0,85	2,93138	0,87078	-4,3366	2,5164	-0,50876	-1,2450	2,4471
0,90	2,39622	0,91736	-3,8264	1,4223	-0,88738	-1,4237	1,6043
1	1,91048	0,90894	-3,6409	0,0820	-1,85446	-1,8897	1,0190
1,2	1,54695	0,69409	-4,4281	-1,9515	-4,96045	-3,4110	0,6876
1,4	1,39470	0,42364	-6,8172	-4,9193	-11,83424	-6,8020	0,5747
1,6	1,31090	0,16233	-16,9597	-15,4059	-39,72257	-20,5912	0,5183
1,8	1,25162	0,08404	31,4373	32,7412	92,8653	45,0009	0,4846
2	1,21612	0,31837	7,3021	9,2167	28,626	11,9585	0,4177
3	1,12474	1,39536	1,7010	2,3983	11,01515	4,5245	0,4107
4	1,08777	2,40830	0,9504	1,4540	8,910157	3,4875	0,3914
6	1,05515	4,37958	0,5052	0,8296	7,65116	2,8687	0,3749
8	1,04022	6,32640	0,3442	0,5835	7,19301	2,6443	0,3676
10	1,03165	8,26421	0,2610	0,4507	6,95573	2,5278	0,3634
15	1,02066	13,09399	0,1627	0,2877	6,67474	2,3897	0,3580

Caractéristiques des voiles d'envergure infinie						Re = 10 ⁶	
λ_0	$\frac{\alpha_c}{\alpha}$	$\frac{\alpha_c}{V_F}$	B.F. $\frac{1}{\alpha} \left(\frac{dy}{dx} \right) + \frac{1}{2}$	B.A. $\frac{1}{\alpha} \left(\frac{dy}{dx} \right) + \frac{1}{2}$	$\frac{C_p}{\alpha_c}$	$\frac{C_m}{\alpha_c}$	$\frac{BA_0}{1}$
0,75	11,4392	0,71108	-24,1982	23,6647	-0,02722	-1,5808	58,0749
0,80	4,20535	0,80123	-8,9052	7,6809	-0,22500	-1,6884	7,5040
0,85	2,93138	0,88108	-6,2135	4,3698	-0,39400	-1,7960	4,5594
0,90	2,39622	0,92313	-3,8043	1,3769	-0,90683	-1,4246	1,5710
1	1,91048	0,90335	-3,6392	0,0554	-1,87327	-1,8998	1,0141
1,2	1,54695	0,69198	-4,4417	-1,9761	-5,02325	-3,4380	0,6844
1,4	1,39470	0,42109	-6,8575	-4,9670	-11,88641	-6,8705	0,5780
1,6	1,31090	0,15983	-17,2225	-15,6777	-40,22642	-20,9857	0,5216
1,8	1,25162	0,08640	30,5725	31,8854	+89,98790	43,9025	0,4878
2	1,21612	0,32063	8,0188	9,1603	28,31087	13,1699	0,4652
3	1,12474	1,39728	1,6986	2,3958	10,94669	4,5266	0,4135
4	1,08777	2,41001	0,9497	1,4532	8,85793	3,4899	0,3939
6	1,05515	4,38124	0,5050	0,8294	7,60734	2,8703	0,3773
8	1,04022	6,32802	0,3441	0,5834	7,15198	2,6454	0,3698
10	1,03166	8,26578	0,2610	0,4506	6,91614	2,5292	0,3657
15	1,02066	13,09533	0,1627	0,2876	6,63676	2,3906	0,3602



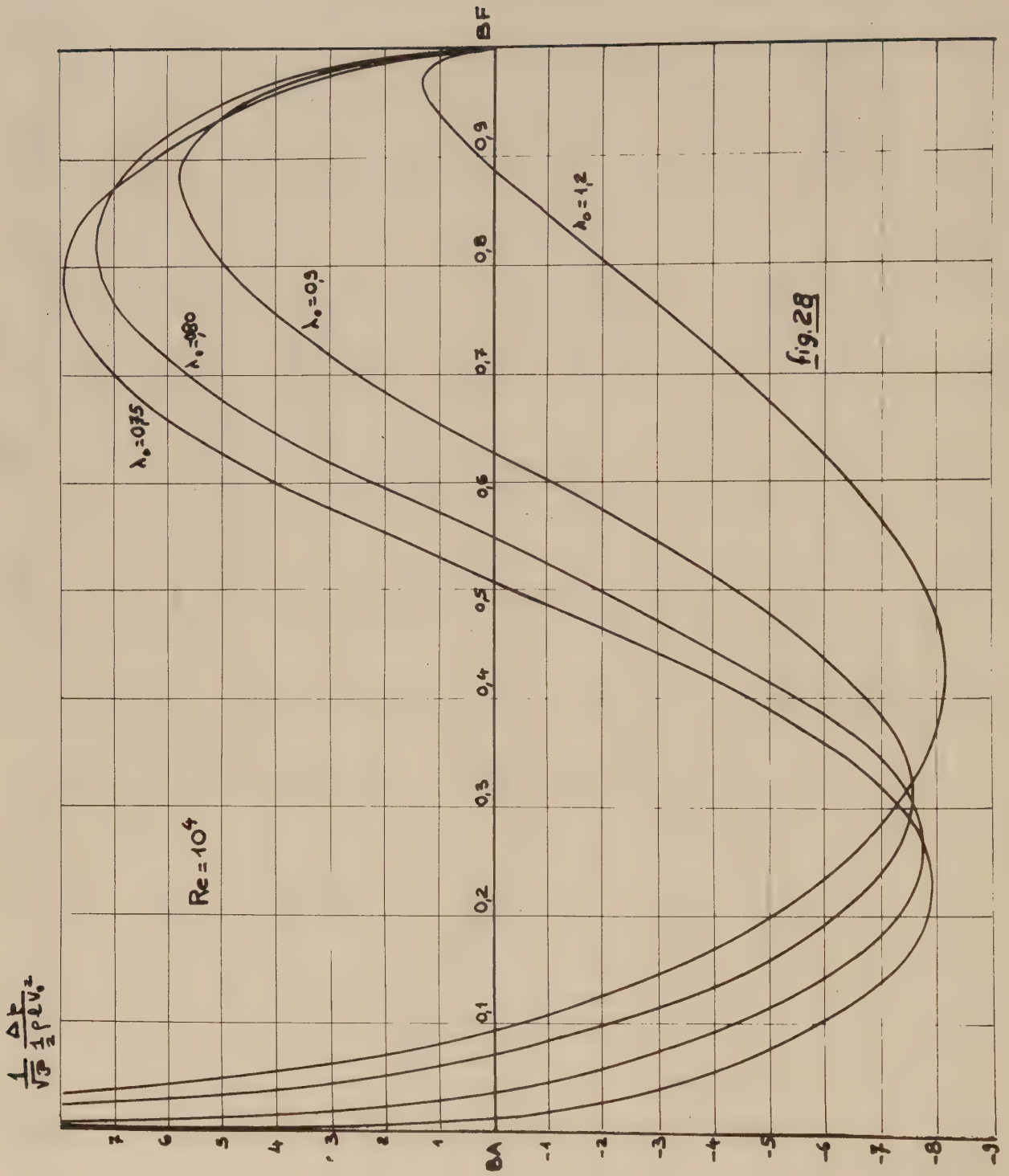
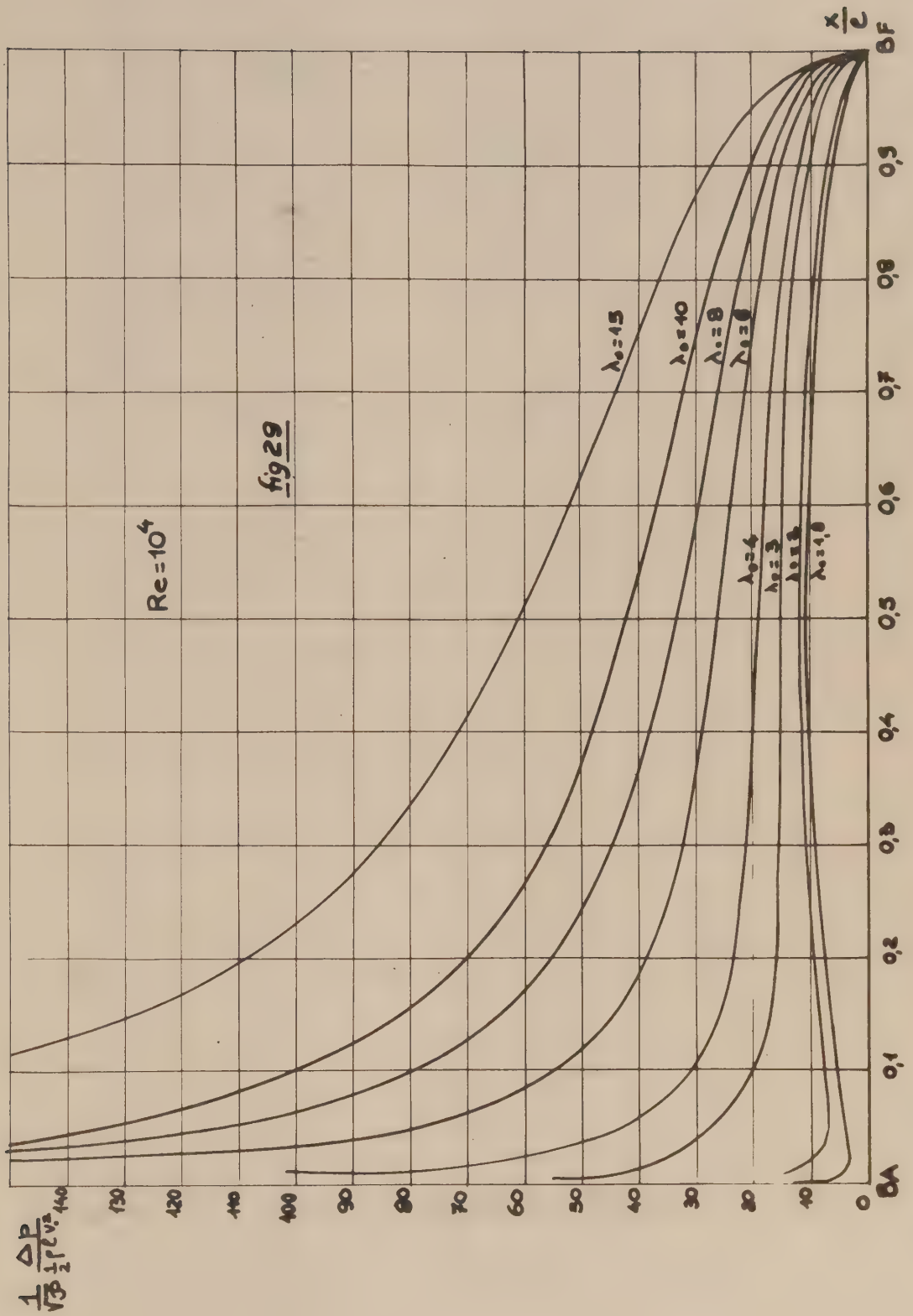


fig. 28



$$\text{Déformées } Re = 10^4 \quad \frac{1}{p} \frac{y}{l}$$

$\frac{x/l}{\lambda_0}$	BA	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	BF
0,75	0	0,100935	0,174494	0,231211	0,282055	0,265849	0,242732	0,195962	0,130313	0,051415	0,033348	0,118848	0,193916	0,250724	0,282269	0,305886	0,292310	0,251521	0,185795	0,099810	0
0,80	0	0,087862	0,150337	0,186856	0,198286	0,179721	0,139629	0,079998	0,067023	0,074554	0,156552	0,234558	0,298718	0,344928	0,368868	0,367399	0,339234	0,284851	0,208832	0,111178	0
0,85	0	0,073857	0,117239	0,123067	0,089487	0,036143	0,032220	0,108829	0,189630	0,266819	0,336066	0,389056	0,422495	0,432804	0,418128	0,377379	0,377379	0,311674	0,223704	0,117956	0
0,90	0	0,056366	0,080025	0,076906	0,049695	0,002529	0,060350	0,133895	0,211869	0,289239	0,359800	0,419773	0,461942	0,483695	0,482261	0,456271	0,405348	0,330803	0,235385	0,123402	0
1,0	0	0,019302	0,007356	0,026940	0,079108	0,143860	0,216936	0,293183	0,367112	0,434748	0,491195	0,533592	0,556972	0,559764	0,540264	0,498199	0,433730	0,348476	0,245108	0,127501	0
1,2	0	0,036538	0,096727	0,165841	0,241096	0,317850	0,392429	0,461395	0,520952	0,568894	0,602439	0,620004	0,619468	0,600404	0,562258	0,505762	0,431498	0,341165	0,237094	0,122322	0
1,4	0	0,073017	0,154408	0,238073	0,320189	0,397434	0,467156	0,527185	0,575061	0,609618	0,629335	0,633306	0,620821	0,591848	0,546632	0,485803	0,410516	0,322051	0,222444	0,114291	0
1,6	0	0,094068	0,187908	0,313576	0,361955	0,437186	0,502009	0,555109	0,594937	0,620917	0,632281	0,628499	0,609604	0,575904	0,527589	0,465776	0,391276	0,305549	0,210291	0,107783	0
1,8	0	0,107882	0,209084	0,302521	0,386367	0,458296	0,520083	0,568074	0,565601	0,522532	0,628518	0,619940	0,597284	0,560917	0,511223	0,449327	0,376084	0,292800	0,201041	0,102870	0
2	0	0,117538	0,223433	0,318583	0,401874	0,472710	0,530301	0,574409	0,604606	0,620812	0,623106	0,611333	0,586221	0,548363	0,497953	0,436316	0,364233	0,282991	0,193987	0,099159	0
3	0	0,140636	0,256042	0,353146	0,433042	0,545773	0,578992	0,599976	0,606552	0,600404	0,581684	0,551627	0,510909	0,460078	0,400142	0,331966	0,311966	0,256629	0,175175	0,039322	0
4	0	0,149630	0,268081	0,364864	0,442551	0,551371	0,547945	0,577854	0,593914	0,596802	0,587568	0,566467	0,534862	0,439488	0,442923	0,584091	0,317875	0,245253	0,167177	0,035137	0
6	0	0,157351	0,277720	0,374005	0,449345	0,508916	0,547873	0,574045	0,586635	0,586416	0,574653	0,551688	0,518959	0,477227	0,427110	0,369442	0,305108	0,235005	0,159971	0,081394	0
8	0	0,160809	0,281952	0,377790	0,451942	0,507966	0,547209	0,571673	0,582710	0,581123	0,568272	0,544522	0,511354	0,469538	0,419868	0,362612	0,299184	0,230268	0,156643	0,079668	0
10	0	0,162775	0,284313	0,379849	0,453280	0,508406	0,546656	0,570143	0,580286	0,577938	0,564482	0,540312	0,506913	0,465066	0,415394	0,358664	0,296769	0,227542	0,154737	0,078662	0
15	0	0,165267	0,287259	0,382362	0,454835	0,508783	0,545752	0,567988	0,577022	0,573695	0,559486	0,534797	0,501124	0,459259	0,409832	0,353568	0,291368	0,224033	0,152282	0,077411	0

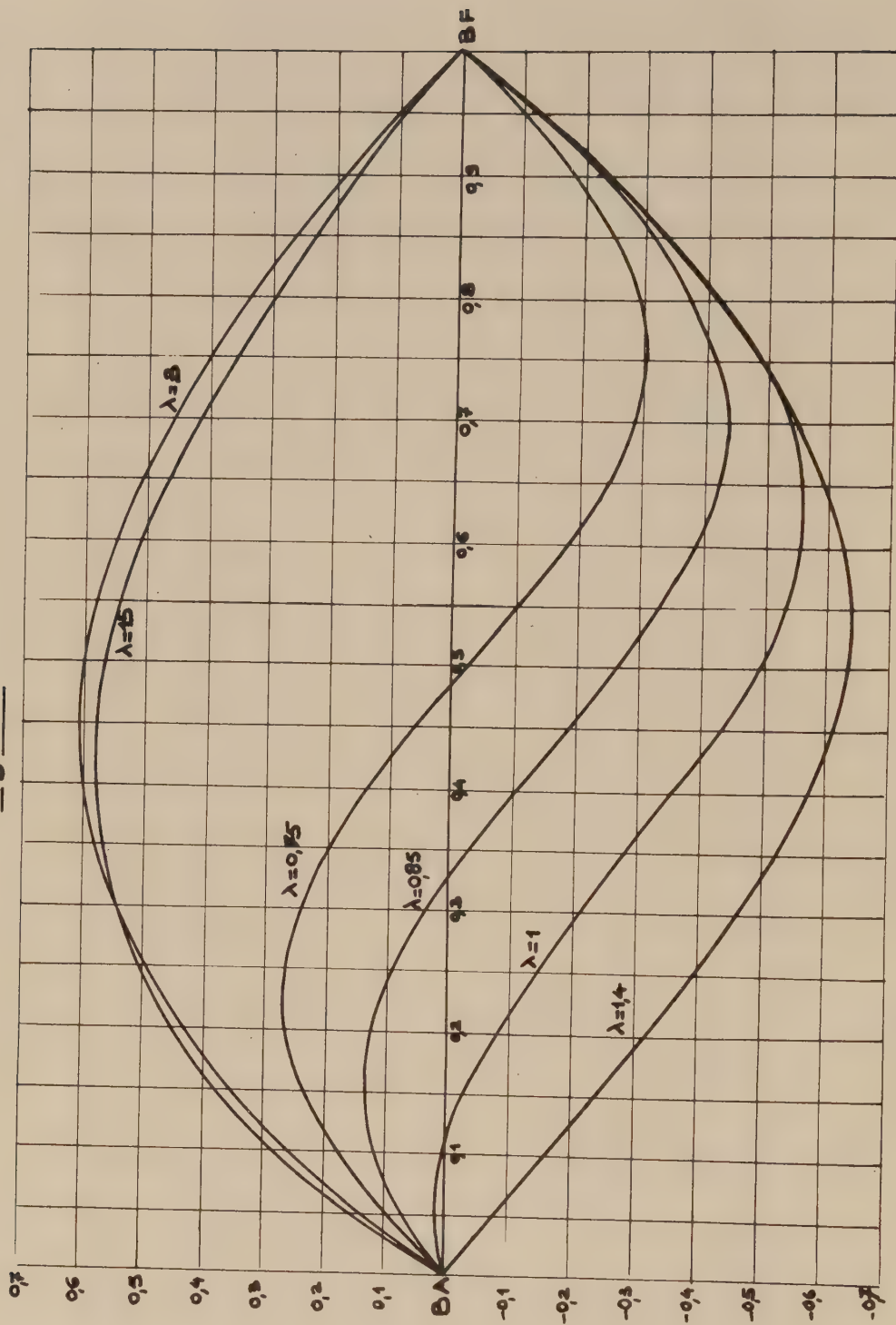
Déformées Re = 10⁵

$\frac{x}{l}$ λ	BA	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	BF
1,6	0	0,108319	0,209754	0,303315	0,387165	0,460025	0,520682	0,568499	0,602521	0,622568	0,628349	0,619590	0,596764	0,560317	0,510580	0,448681	0,375464	0,292287	0,200669	0,102681	0
2	0	0,117873	0,223941	0,319162	0,402442	0,473210	0,530690	0,574698	0,604703	0,620754	0,622902	0,610899	0,585785	0,547789	0,497415	0,435782	0,363742	0,282580	0,193649	0,099001	0
3	0	0,140772	0,256230	0,353343	0,433215	0,497272	0,545845	0,579800	0,599917	0,606432	0,600227	0,581462	0,551371	0,510659	0,459803	0,399877	0,331729	0,256436	0,175073	0,089249	0
4	0	0,149711	0,268048	0,364974	0,442641	0,503380	0,547970	0,577839	0,593860	0,596714	0,587448	0,566320	0,534702	0,493316	0,442348	0,383930	0,317732	0,245136	0,167094	0,085093	0
6	0	0,157396	0,277776	0,374059	0,449389	0,506942	0,547875	0,574027	0,586597	0,574581	0,551581	0,518836	0,477131	0,427015	0,369353	0,305030	0,234941	0,159925	0,081370	0	
9	0	0,160841	0,281891	0,377826	0,451965	0,507983	0,547211	0,571660	0,582681	0,581080	0,568219	0,544464	0,511291	0,469470	0,418627	0,362550	0,299131	0,230225	0,156615	0,079655	0
10	0	0,162760	0,284277	0,379792	0,453200	0,508305	0,546537	0,570007	0,580147	0,577781	0,564321	0,540150	0,506755	0,464014	0,415255	0,358541	0,295865	0,227454	0,154680	0,078652	0
15	0	0,165282	0,287279	0,382381	0,454851	0,508793	0,545756	0,567986	0,577012	0,573681	0,559467	0,534774	0,501100	0,459234	0,409806	0,353543	0,291346	0,224015	0,152269	0,077404	0

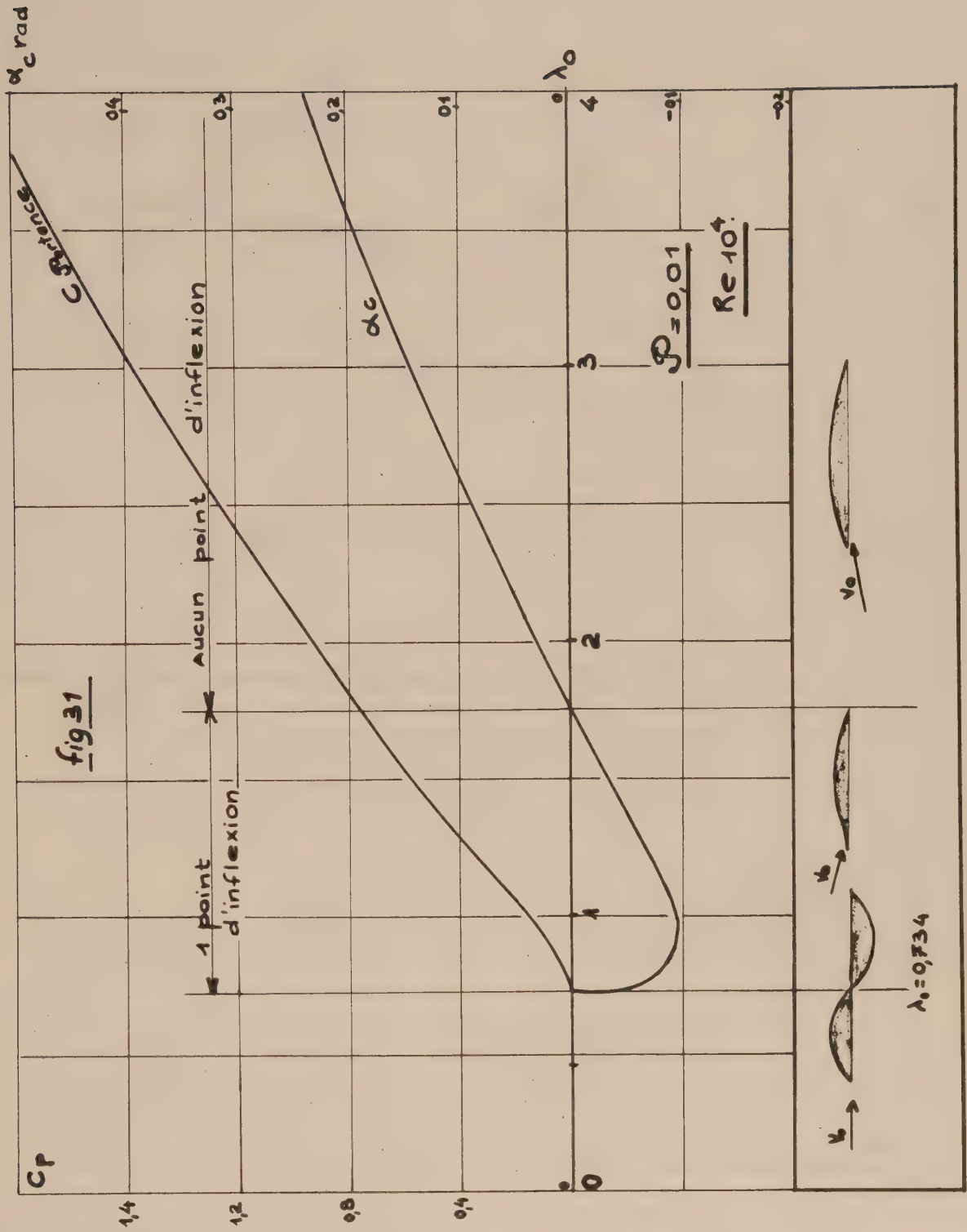
Déformées Re = 10⁶

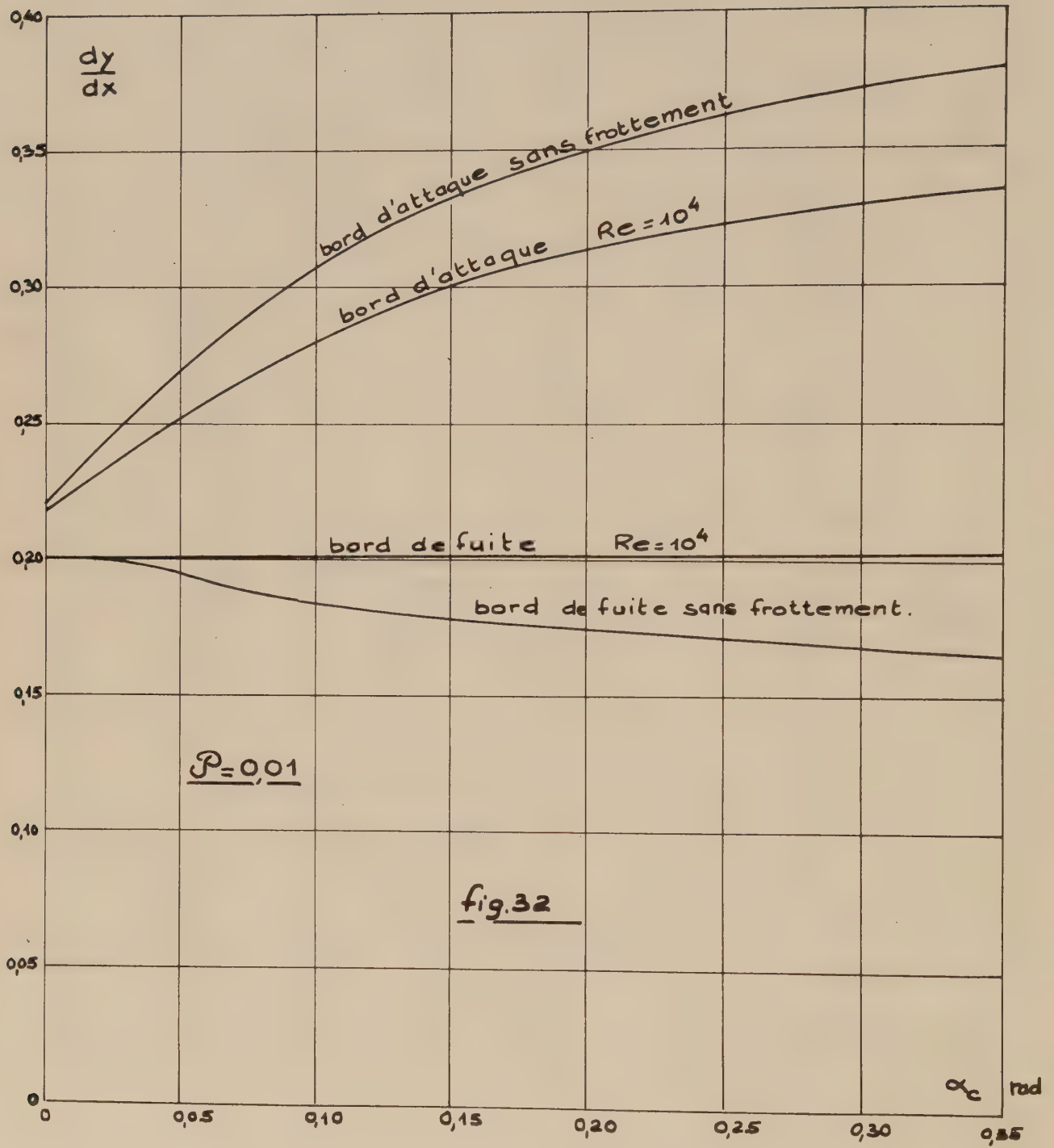
$\frac{x}{l}$ λ	BA	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	BF
1,6	0	0,108448	0,209953	0,303543	0,387390	0,460221	0,520833	0,568592	0,602550	0,622526	0,628251	0,619438	0,595568	0,560093	0,510340	0,448446	0,375247	0,292106	0,200538	0,102611	0
2	0	0,117976	0,224097	0,319338	0,402614	0,473360	0,530803	0,574767	0,604724	0,620725	0,622827	0,610885	0,585639	0,547621	0,497237	0,435607	0,363592	0,282446	0,193592	0,098849	0
3	0	0,140812	0,256288	0,353404	0,433266	0,497308	0,545883	0,579897	0,599895	0,606389	0,600167	0,581388	0,551287	0,510545	0,459712	0,399791	0,331653	0,256373	0,175028	0,089225	0
4	0	0,149732	0,267505	0,365543	0,447663	0,503381	0,547958	0,577813	0,593822	0,596664	0,587388	0,566255	0,534629	0,493243	0,442679	0,383863	0,317673	0,245000	0,167001	0,085076	0
6	0	0,157410	0,277792	0,374074	0,449400	0,506946	0,547876	0,574019	0,586582	0,586539	0,574557	0,551570	0,518832	0,477098	0,426983	0,369323	0,305404	0,234921	0,159909	0,081362	0
9	0	0,160850	0,282002	0,377837	0,4531073	0,507987	0,547210	0,577655	0,582672	0,581067	0,568203	0,544445	0,511270	0,469451	0,419607	0,362531	0,299113	0,230210	0,156606	0,079649	0
10	0	0,162801	0,284345	0,379878	0,453209	0,508412	0,546648	0,570120	0,580259	0,577890	0,564425	0,540246	0,506843	0,464995	0,415325	0,358599	0,296374	0,227248	0,151470	0,078665	0
15	0	0,165284	0,287279	0,382380	0,454300	0,508785	0,545476	0,567974	0,577000	0,573666	0,559451	0,534756	0,501082	0,459217	0,409789	0,353529	0,291334	0,224007	0,152261	0,077400	0

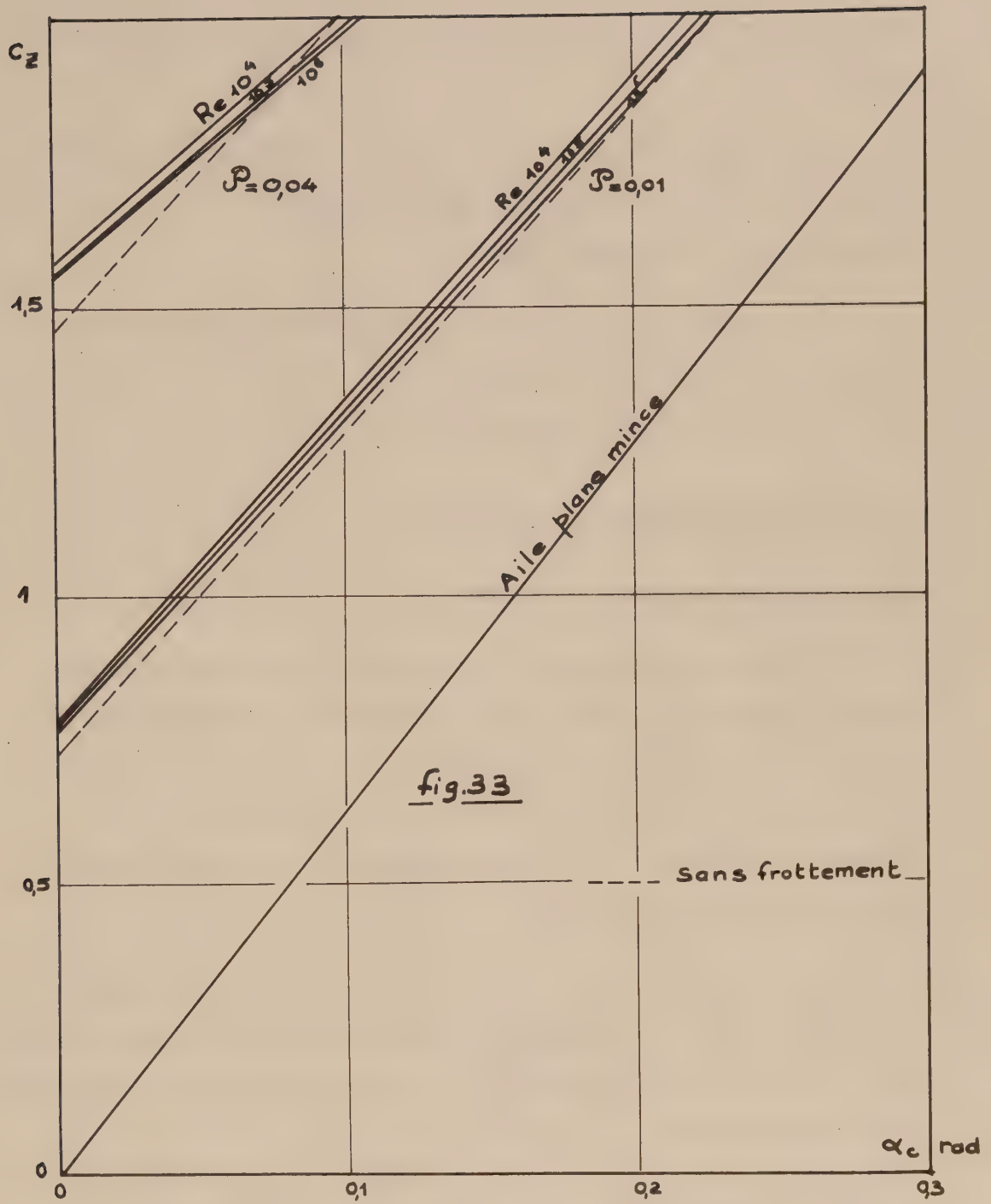
fig. 30



DEFORMEES : $\frac{1}{\alpha} \frac{V}{V_0} = f\left(\frac{r}{R}\right)$ $Re = 10^4$







de dans les deux cas des pentes égales sauf pour les tensions plus faibles où le frottement ralentit considérablement la croissance de C_p par exemple pour $\beta = 0,04$.

- Le graphique N°31 montre que l'axe de portance nulle est la corde alors que pour la théorie sans frottement il correspondait à la même valeur de la tension mais à une incidence négative.

La théorie proposée suppose un écoulement stationnaire autour de la voile. On ne pourra donc aborder les conclusions relatives à l'existence des diverses solutions que lors de l'étude expérimentale.

6- CONTROLE EXPERIMENTAL DE LA THEORIE

6. 1. DESCRIPTION DU MONTAGE : (Fig 34)

L'aile est montée sur deux fils d'acier à très haute résistance de diamètre 0,8 mm. Deux barres d'acier pratiquement indéformables assurent leur tension par l'intermédiaire de ridoirs. L'incidence de l'aile par rapport au vent est obtenue par rotation du système autour de l'axe F des ridoirs. L'envergure de la voile est limitée à 1,40 mètres par des anneaux de garde isolés du système.

Pour tous les essais effectués l'allongement reste supérieur à 4. La présence des anneaux de garde nous permet de considérer que pour une section droite située au milieu de la voile, l'écoulement est plan et pratiquement en fluide illimité.

6. 2. RELEVÉ DES DEFORMÉES :

Elles sont obtenues par photographie de la figure d'équilibre d'un

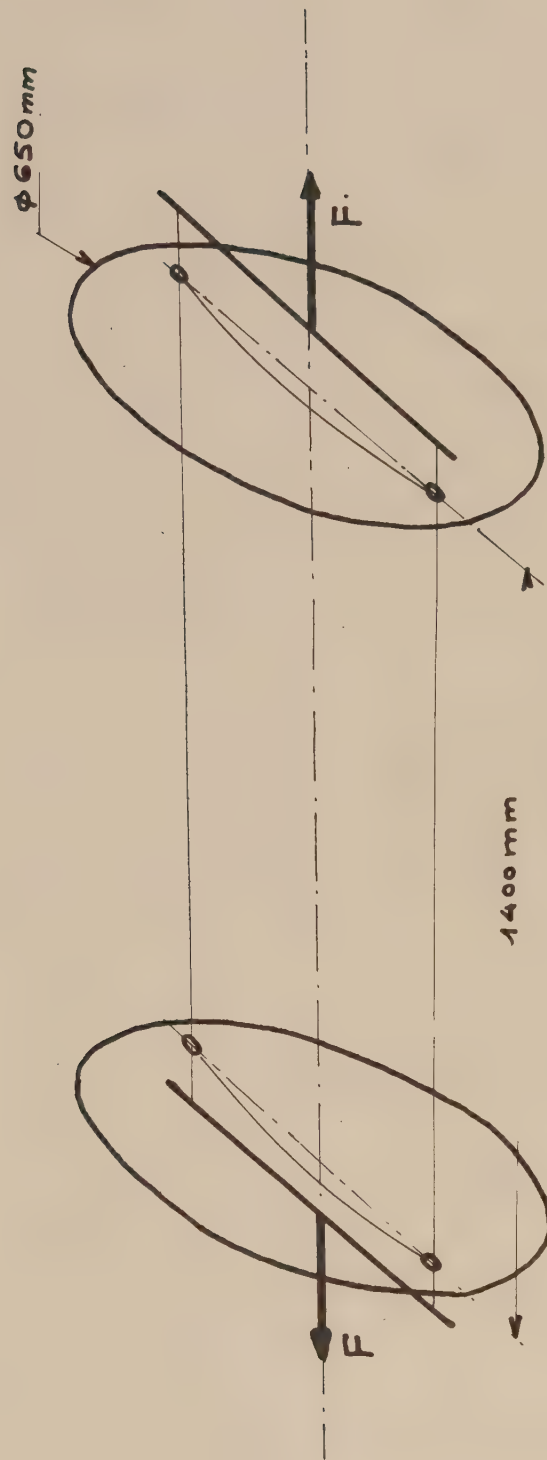


Fig. 34

fil souple solidaire de la section médiane de la voile.

L'aile est réalisée au moyen d'un tissu souple à mailles très serrées et de couleur noire . Un fil blanc est collé sur la section médiane. Nous avons vérifié que la présence de celui-ci ne modifie pas de façon notable la raideur à la flexion de la voile.

Au cours de l'essai le fil est photographié à travers l'un des anneaux de garde. La voile est ensuite démontée et remplacée par une mire noire munie d'un quadrillage au pas de 5 mm.

Le plan de la mire coïncidant avec celui du fil, il est possible lors du dépouillement du cliché de corriger les déformations dues à la distorsion de l'objectif.

Nous ne pourrions suivre l'évolution d'un même profil en fonction de l'incidence car le tissu s'allonge, la corde varie en fonction du chargement ; aussi est-il impossible de réaliser des conditions expérimentales données. Celles-ci ne sont déterminées qu'après dépouillement des clichés.

Nous donnons à titre d'exemple la photographie Numéro (35).

6. 3. COMPARAISON AUX RESULTATS THEORIQUES :

Le paramètre $\frac{\alpha_c}{\sqrt{\rho}}$ est obtenu par rectification de la déformée expérimentale. La voile théorique correspondant fonctionne au même nombre de Reynolds et au même $\frac{\alpha_c}{\sqrt{\rho}}$

6. 4. RESULTATS :

Les expériences sont réalisées au nombre de Reynolds $1,72.10^5$.

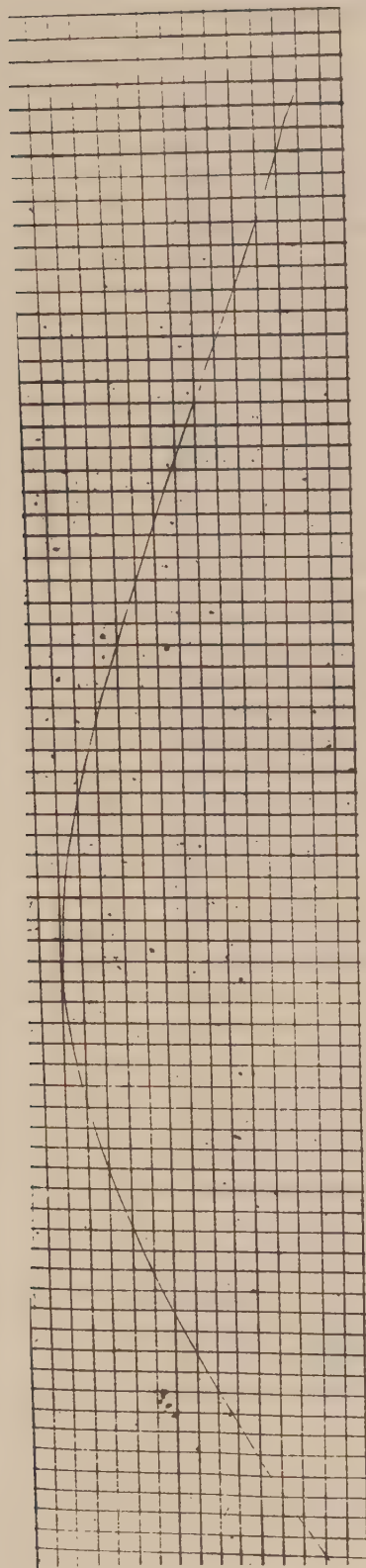


fig. 35

Bord de fuite

Bord d'attaque

PHOTOGRAPHIE DE DEFORMEE - Incidence 2°

DEFORMEES THEORIQUES

$\lambda_0 = 2,232$	BF	0
	0,95	0,0957
	0,90	0,1075
	0,85	0,2733
	0,80	0,3532
	0,75	0,4240
	0,70	0,4052
	0,65	0,5359
	0,60	0,5750
	0,55	0,6021
	0,50	0,6164
	0,45	0,6174
	0,40	0,6047
	0,35	0,5832
	0,30	0,5374
	0,25	0,4829
	0,20	0,4142
	0,15	0,3317
	0,10	0,2355
	0,05	0,1217
	BA	0
	$\frac{x}{c}$	$\frac{1}{\sqrt{p}} \frac{y}{1}$

$\lambda_0 = 2,339$	BF	0
	0,95	0,0945
	0,90	0,1051
	0,85	0,2706
	0,80	0,3491
	0,75	0,4195
	0,70	0,4805
	0,65	0,5313
	0,60	0,5707
	0,55	0,5964
	0,50	0,6137
	0,45	0,6157
	0,40	0,6042
	0,35	0,5810
	0,30	0,5390
	0,25	0,4861
	0,20	0,4132
	0,15	0,3362
	0,10	0,2397
	0,05	0,1231
	BA	0
	$\frac{x}{c}$	$\frac{1}{\sqrt{p}} \frac{y}{1}$

$\lambda_0 = 2,5746$	BF	0
	0,95	0,0932
	0,90	0,1022
	0,85	0,2645
	0,80	0,3417
	0,75	0,4111
	0,70	0,4717
	0,65	0,5220
	0,60	0,5627
	0,55	0,5915
	0,50	0,60822
	0,45	0,6121
	0,40	0,6006
	0,35	0,5764
	0,30	0,5423
	0,25	0,4814
	0,20	0,4251
	0,15	0,3439
	0,10	0,2470
	0,05	0,1263
	BA	0
	$\frac{x}{c}$	$\frac{1}{\sqrt{p}} \frac{y}{1}$

$$Re = 1,72 \cdot 10^5$$

DEFORMEES THEORIQUES

$\lambda_0 = 1,921$	BF	0
	0,95	0,1003
	0,90	0,1962
	0,85	0,2861
	0,80	0,3679
	0,75	0,4404
	0,70	0,5022
	0,65	0,5424
	0,60	0,5899
	0,55	0,6143
	0,50	0,6250
	0,45	0,6216
	0,40	0,6042
	0,35	0,5828
	0,30	0,5276
	0,25	0,4683
	0,20	0,3972
	0,15	0,3136
	0,10	0,2190
	0,05	0,1060
	BA	0
	$\frac{x}{c}$	$\frac{1}{\sqrt{\beta}} \frac{y}{1}$

$\lambda_0 = 2,040$	BF	0
	0,95	0,983
	0,90	0,1924
	0,85	0,2809
	0,80	0,3616
	0,75	0,4334
	0,70	0,4950
	0,65	0,5455
	0,60	0,5837
	0,55	0,6093
	0,50	0,6217
	0,45	0,6202
	0,40	0,6048
	0,35	0,5732
	0,30	0,5322
	0,25	0,4753
	0,20	0,4040
	0,15	0,3217
	0,10	0,2263
	0,05	0,1102
	BA	0
	$\frac{x}{c}$	$\frac{1}{\sqrt{\beta}} \frac{y}{1}$

$\lambda_0 = 2,15$	BF	0
	0,95	0,0967
	0,90	0,1894
	0,85	0,2767
	0,80	0,3566
	0,75	0,4278
	0,70	0,4892
	0,65	0,5398
	0,60	0,5785
	0,55	0,6051
	0,50	0,6186
	0,45	0,6186
	0,40	0,6049
	0,35	0,5764
	0,30	0,5355
	0,25	0,4799
	0,20	0,4106
	0,15	0,3278
	0,10	0,2319
	0,05	0,1210
	BA	0
	$\frac{x}{c}$	$\frac{1}{\sqrt{\beta}} \frac{y}{1}$

$$Pe = 1,72 \cdot 10^5$$

RESULTATS EXPERIMENTAUX

$l = 337 \text{ mm}$ $\alpha_c = 10^\circ$ $\sqrt{P} = 0,3013$ $\lambda_o = 2,232$	BF	0
	0,95	0,118
	0,90	0,224
	0,85	0,315
	0,80	0,393
	0,75	0,454
	0,70	0,502
	0,65	0,561
	0,60	0,598
	0,55	0,624
	0,50	0,632
	0,45	0,635
	0,40	0,618
	0,35	0,590
	0,30	0,541
	0,25	0,484
	0,20	0,405
	0,15	0,324
	0,10	0,226
	0,05	0,115
BA	0	
$\frac{x}{c}$	$\frac{1}{\sqrt{P}} \quad \frac{y}{1}$	

$l = 335 \text{ mm}$ $\alpha_c = 12^\circ$ $\sqrt{P} = 0,30047$ $\lambda_o = 2,339$	BF	0
	0,95	0,120
	0,90	0,228
	0,85	0,315
	0,80	0,379
	0,75	0,456
	0,70	0,510
	0,65	0,557
	0,60	0,589
	0,55	0,618
	0,50	0,630
	0,45	0,632
	0,40	0,615
	0,35	0,587
	0,30	0,540
	0,25	0,487
	0,20	0,417
	0,15	0,327
	0,10	0,226
0,05	0,119	
BA	0	
$\frac{x}{c}$	$\frac{1}{\sqrt{P}}$ $\frac{y}{1}$	

$l = 339 \text{ mm}$ $\alpha_c = 16^\circ$ $\sqrt{P} = 0,293754$ $\lambda_o = 2,5746$	BF	0
	0,95	0,107
	0,90	0,200
	0,85	0,291
	0,80	0,371
	0,75	0,434
	0,70	0,492
	0,65	0,535
	0,60	0,570
	0,55	0,594
	0,50	0,610
	0,45	0,620
	0,40	0,614
	0,35	0,593
	0,30	0,562
	0,25	0,503
	0,20	0,431
	0,15	0,351
	0,10	0,243
0,05	0,135	
BA	0	
$\frac{x}{c}$	$\frac{1}{\sqrt{P}} \frac{y}{1}$	

$$Re = 1,72 \cdot 10^5$$

RESULTATS EXPERIMENTAUX

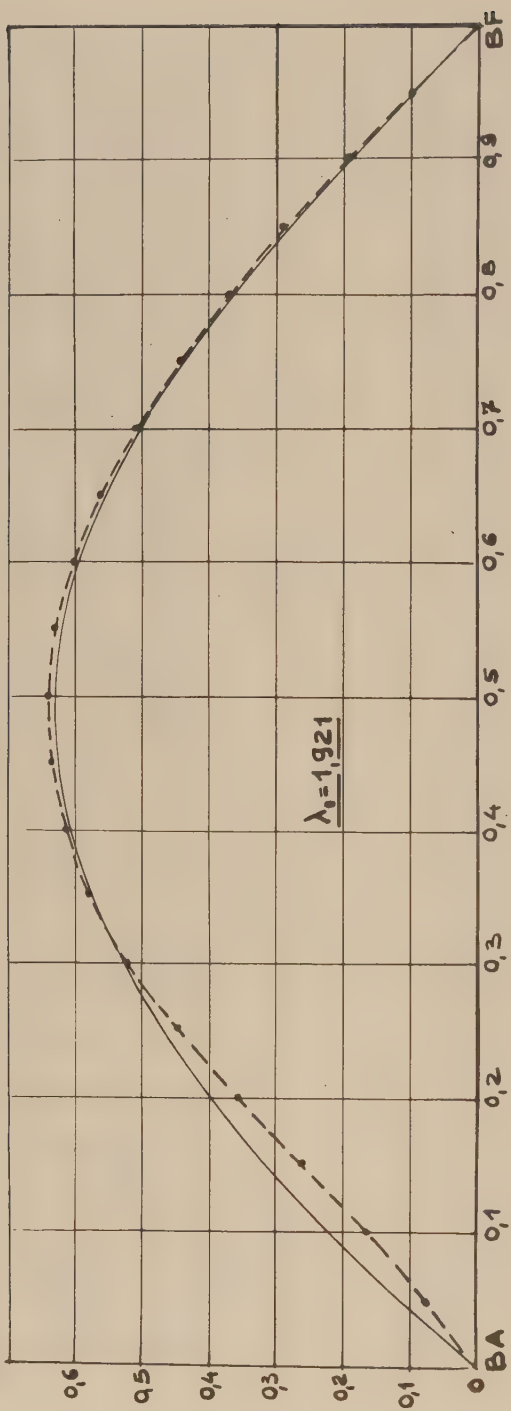
$l = 335 \text{ mm}$ $\alpha_c = 4^\circ$ $\lambda_o = -0,621$ $\sqrt{P} = 0,2072$	BF	0
	0,95	0,100
	0,90	0,130
	0,85	0,281
	0,80	0,370
	0,75	0,441
	0,70	0,508
	0,65	0,589
	0,60	0,600
	0,55	0,622
	0,50	0,635
	0,45	0,632
	0,40	0,616
	0,35	0,580
	0,30	0,525
	0,25	0,444
	0,20	0,351
	0,15	0,255
	0,10	0,163
	0,05	0,078
	BA	0
	$\frac{x}{c}$	$\frac{1}{\sqrt{P}} \frac{y}{1}$

$l = 338 \text{ mm}$ $\alpha_c = 6^\circ$ $\lambda_o = 2,040$ $\sqrt{P} = 0,28941F$	BF	0
	0,95	0,098
	0,90	0,184
	0,85	0,264
	0,80	0,335
	0,75	0,419
	0,70	0,484
	0,65	0,546
	0,60	0,585
	0,55	0,622
	0,50	0,635
	0,45	0,633
	0,40	0,618
	0,35	0,592
	0,30	0,548
	0,25	0,493
	0,20	0,419
	0,15	0,321
	0,10	0,225
	0,05	0,120
	BA	0
	$\frac{x}{c}$	$\frac{1}{\sqrt{P}} \frac{y}{1}$

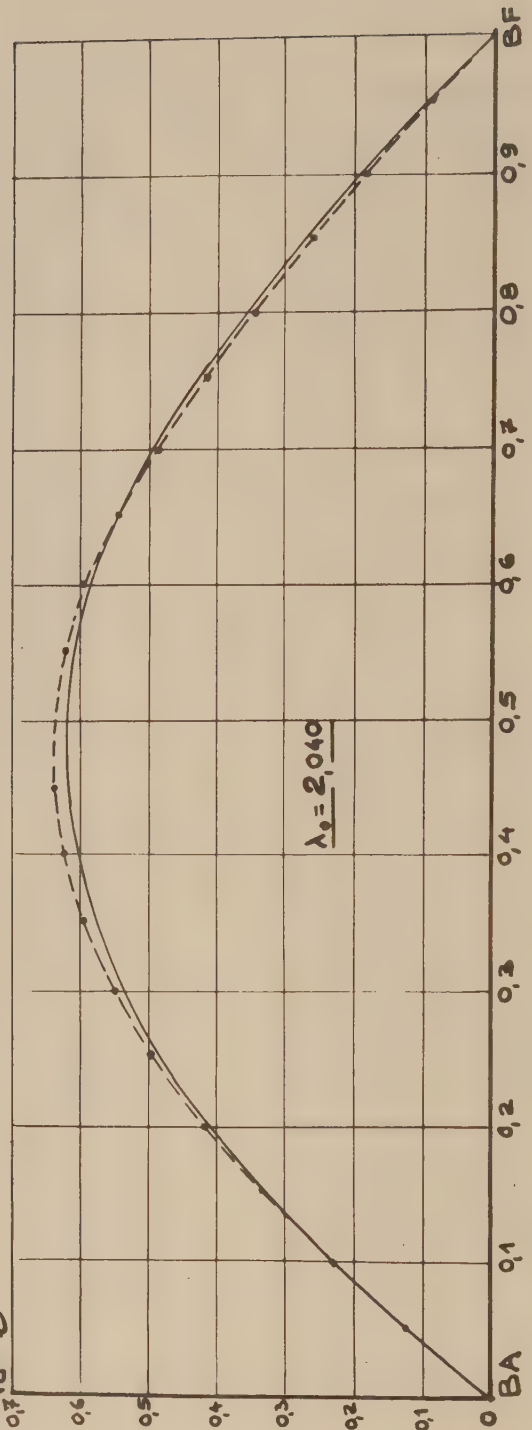
$l = 340,9$ $\alpha_c = 8^\circ$ $\lambda_o = 2,15$ $\sqrt{P} = 0,285289$	BF	0
	0,95	0,110
	0,90	0,210
	0,85	0,310
	0,80	0,332
	0,75	0,462
	0,70	0,530
	0,65	0,583
	0,60	0,616
	0,55	0,647
	0,50	0,658
	0,45	0,652
	0,40	0,637
	0,35	0,584
	0,30	0,534
	0,25	0,462
	0,20	0,391
	0,15	0,306
	0,10	0,215
	0,05	0,115
	BA	0
	$\frac{x}{c}$	$\frac{1}{\sqrt{P}} \frac{y}{1}$

$$R_L = 1,72 \cdot 10^5$$

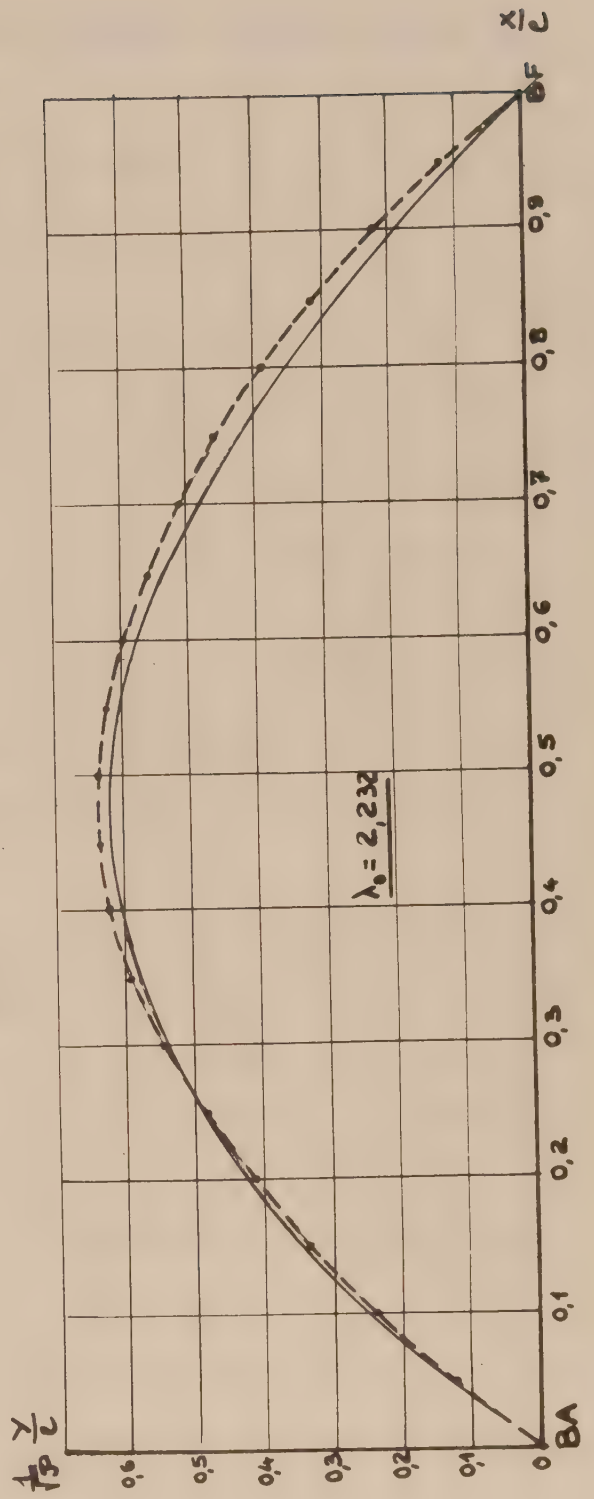
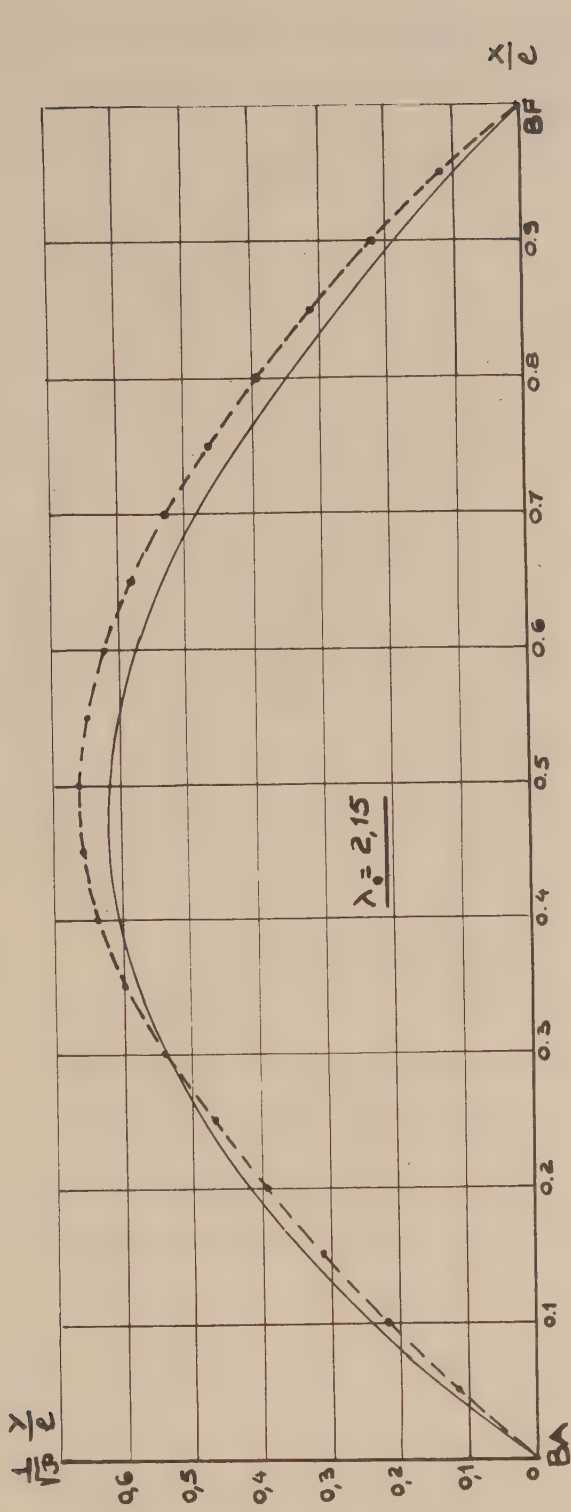
$\frac{1}{\sqrt{\rho}} \frac{\gamma}{\ell}$

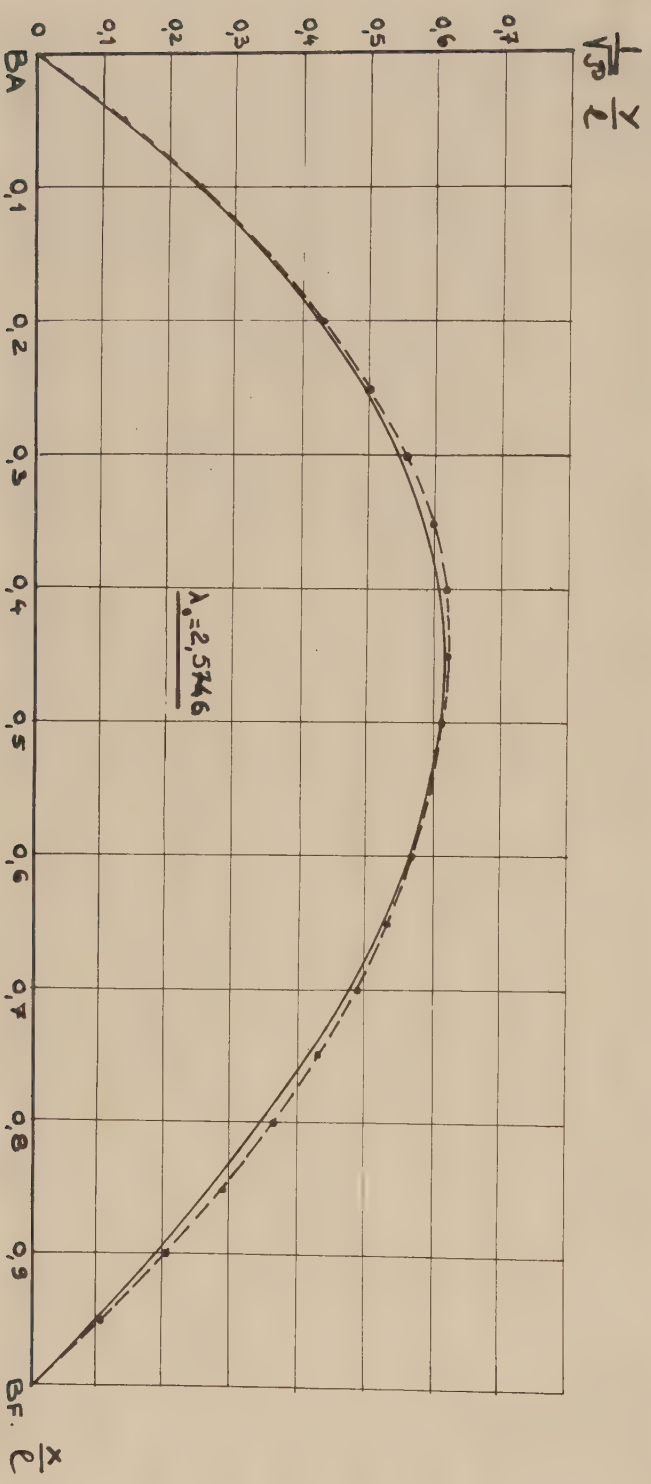
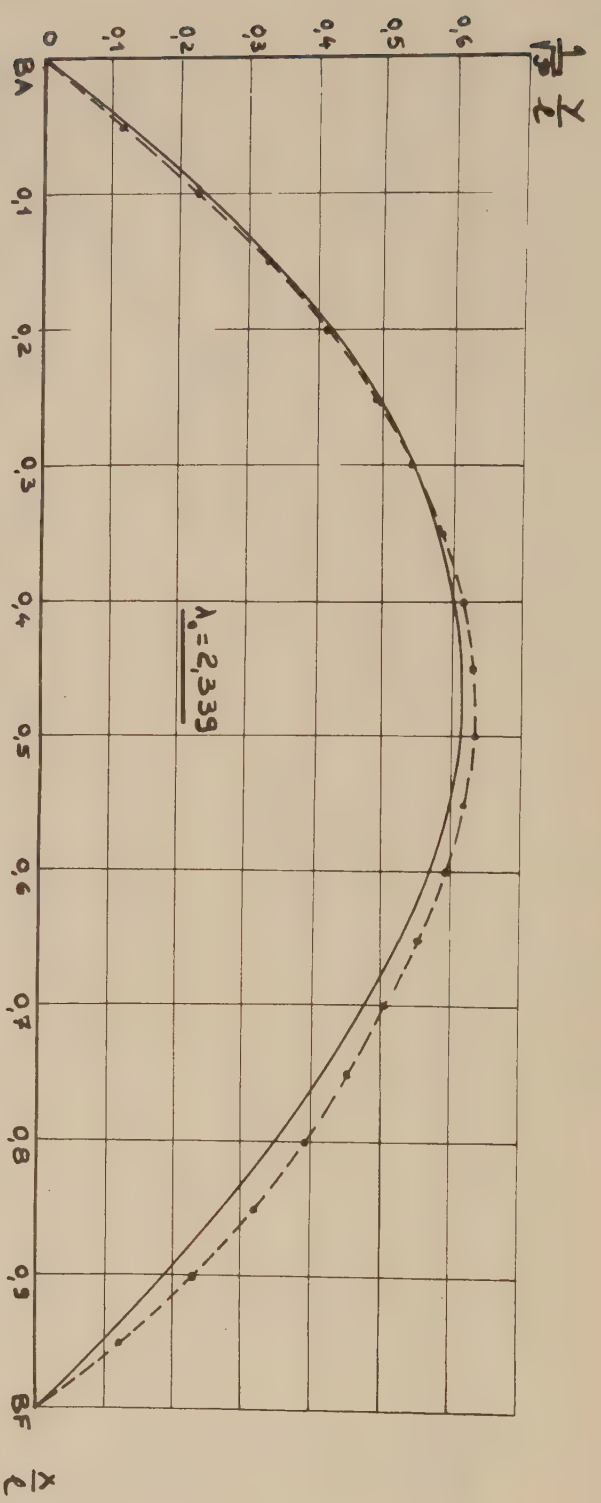


$\frac{x}{\ell}$



$\frac{x}{\ell}$





Les tableaux suivants donnent les caractéristiques théoriques et expérimentales des voiles essayées.

On trouvera les déformées sur les planches ()

7. CONCLUSIONS

Les mesures de déformations sont très difficiles à effectuer pour les grandes tensions, car les flèches sont faibles et l'erreur relative commise lors de leur détermination devient importante.

Nous avons voulu étudier les polaires expérimentales des voiles bidimensionnelles. Nous ne pourrions fournir de résultats à ce sujet car il est très difficile de se placer en écoulement plan entre panneaux.

En effet, le profil étant déformable, on ne peut isoler de la voile la couche limite existant au voisinage des panneaux, comme on le fait pour une aile rigide.

La présence de frottement diminue la pente théorique au bord d'attaque, alors qu'elle l'augmente au bord de fuite. La comparaison des déformées théoriques et expérimentales montre que les pentes au bord d'attaque sont toujours plus faibles que celles que l'on a calculées. Nous trouvons réciproquement des pentes plus grandes au bord de fuite. Ces différences ne peuvent être attribuées à une estimation insuffisante des forces de frottement.

- La porosité du tissu utilisé peut en être la cause. Le passage de l'air à travers la voile a pour effet de diminuer le chargement surtout au bord d'attaque où les différences de pression entre les deux faces sont les plus grandes.

- La présence de décollement au voisinage du bord de fuite aurait pour effet de diminuer la pression sur l'extrados, donc de gonfler davantage la voile dans la zone décollée. La pente au bord d'attaque diminuerait.

- La loi de détermination des tensions $\lambda_0 = f\left(\frac{\alpha_c}{\sqrt{P}}\right)$ ne correspond pas à la réalité pour les faibles incidences. Lorsque α_c devient petit ($\alpha_c < 4^\circ$ environ pour les profils étudiés) on trouve des profils qui théoriquement correspondent à des incidences négatives. Dès que l'incidence augmente ($\lambda_0 < 2,5$) la théorie donne une image correstes de l'expérience.

- Pour des valeurs de $\lambda_0 < 1,73$ il a été possible de mettre en évidence des formes correspondant à $1 < \lambda_0 < 1,73$. Celles-ci sont instables et ne peuvent être obtenues qu'en plaçant la voile à incidence négative. La moindre perturbation du courant fait alors disparaître cette solution au profit de celle qui correspond à $\lambda_0 > 1,73$.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

(1) - J.C. SAINSBURY

Sailing Yacht performance

J.B. TRUNDELL et PARTNERS Lt D.

(2) - G. IMBERY

L'aérodynamique du yacht

Edité par l'auteur

(3) - H.C. HERRESHOFF

Hydrodynamics and aérodynamics

SNAME N° 9 - Novembre 1964

(4) - L. MALAVARD

Cours d'aérodynamique

Faculté des Sciences de PARIS

(5) - J.N. NIELSEN

Theory of flexible aérodynamic surfaces

Transactions of the ASME

Journal of applied mechanics - Septembre 1963

(6) - TWAITES

Aérodynamics theory of sails

Proc. of Royal Society N° 1306 May 1961 Volume 261

(7) - R. JENNY

*Etudes théoriques sur l'aérodynamique des surfaces portantes
déformables.*

Thèse - 15 Décembre 1965 à PARIS -

(8) - E.P. WARNER and Shatwell OBER

The aérodynamics of yacht sails

Transact. of the SNAME Volume 33 - 1925 -

(9) - M. CURRY

Aérodynamique de la voile

Editions Chiron

(10) C.A. MASCHAY

Sailing théory and practice

(11) - P. REBUFFET

Aérodynamique expérimentale

Béranger.

Deuxième Thèse

Propositions données par la Faculté

**ETUDE DU COMPORTEMENT D'UN CORPS AXISYMETRIQUE
A LA TRAVERSEE D'UNE SURFACE LIBRE**

VU

Le Directeur de Thèse

E. RAVILLY

VU et APPROUVE *permis d'impression*

NANTES, le 19 SEP. 1967

Le Doyen de la Faculté des Sciences

G. BRILLOUET

VU

Le Président du Jury

E. RAVILLY

VU et PERMIS d'IMPRIMER

NANTES, le

Le Recteur de l'Académie de Nantes

Président du Conseil de l'Université

M. SCHMITT

